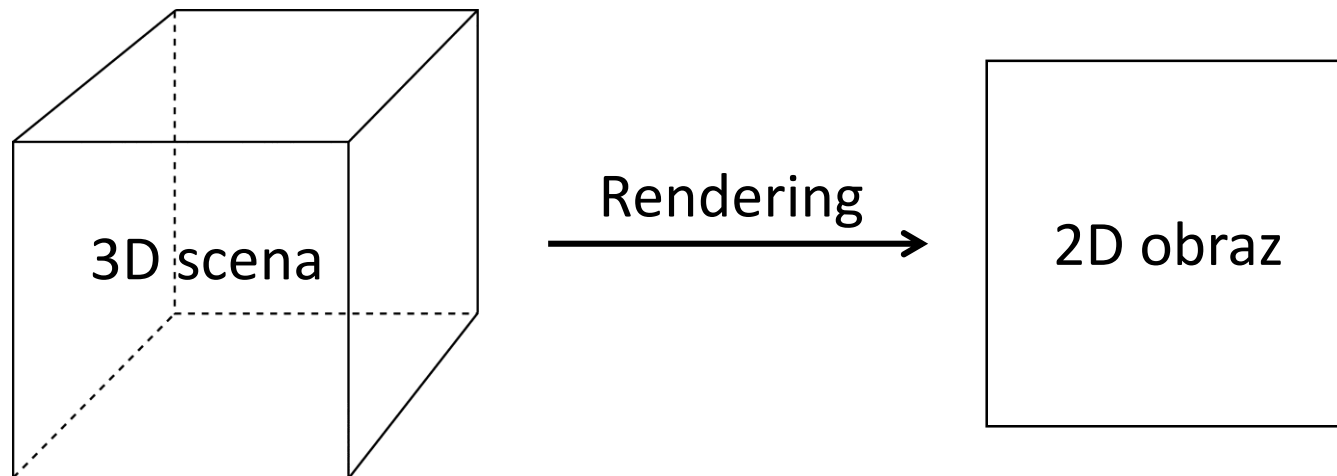


Grafika komputerowa i wizualizacja

dr Wojciech Pałubicki

Grafika komputerowa

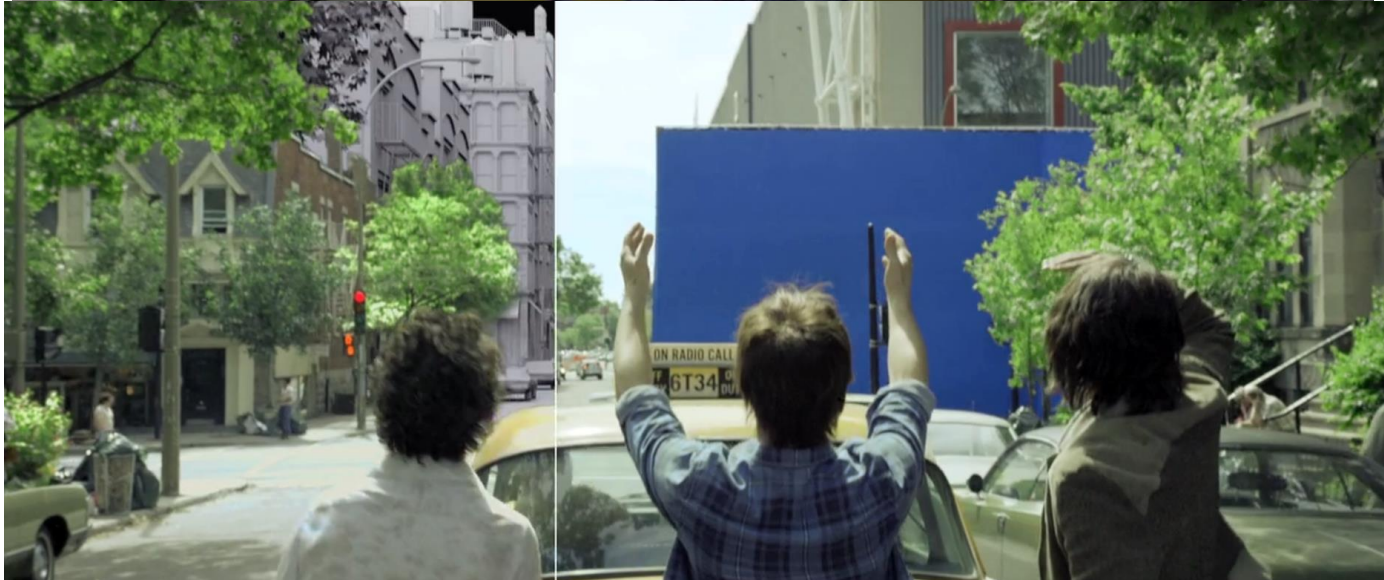
- Obrazy wygenerowane za pomocy komputera
- Na tych zajęciach skupiamy się na obrazach wygenerowanych ze scen 3D do interaktywnych aplikacji



Filmy, specjalne efekty



Filmy, specjalne efekty



Gry komputerowe

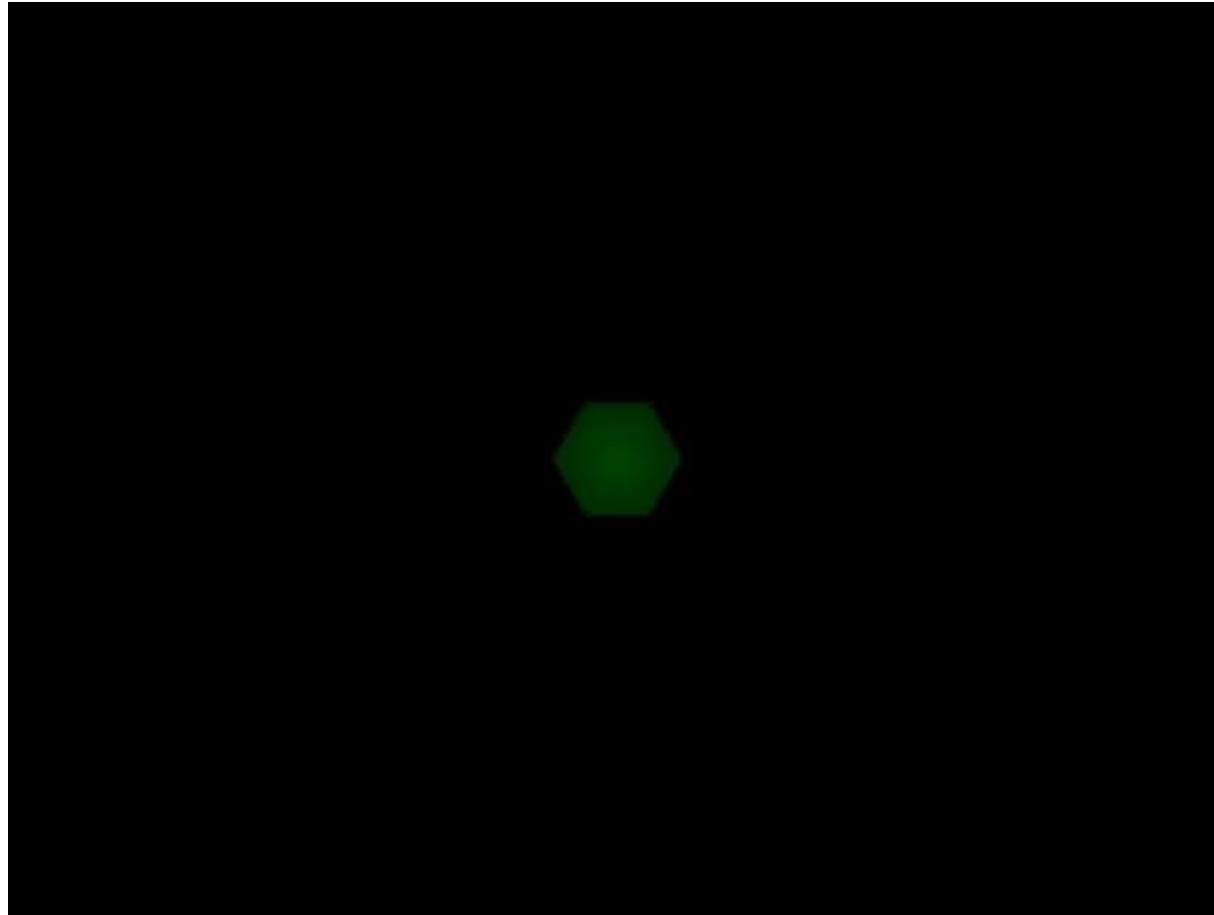


Symulacje

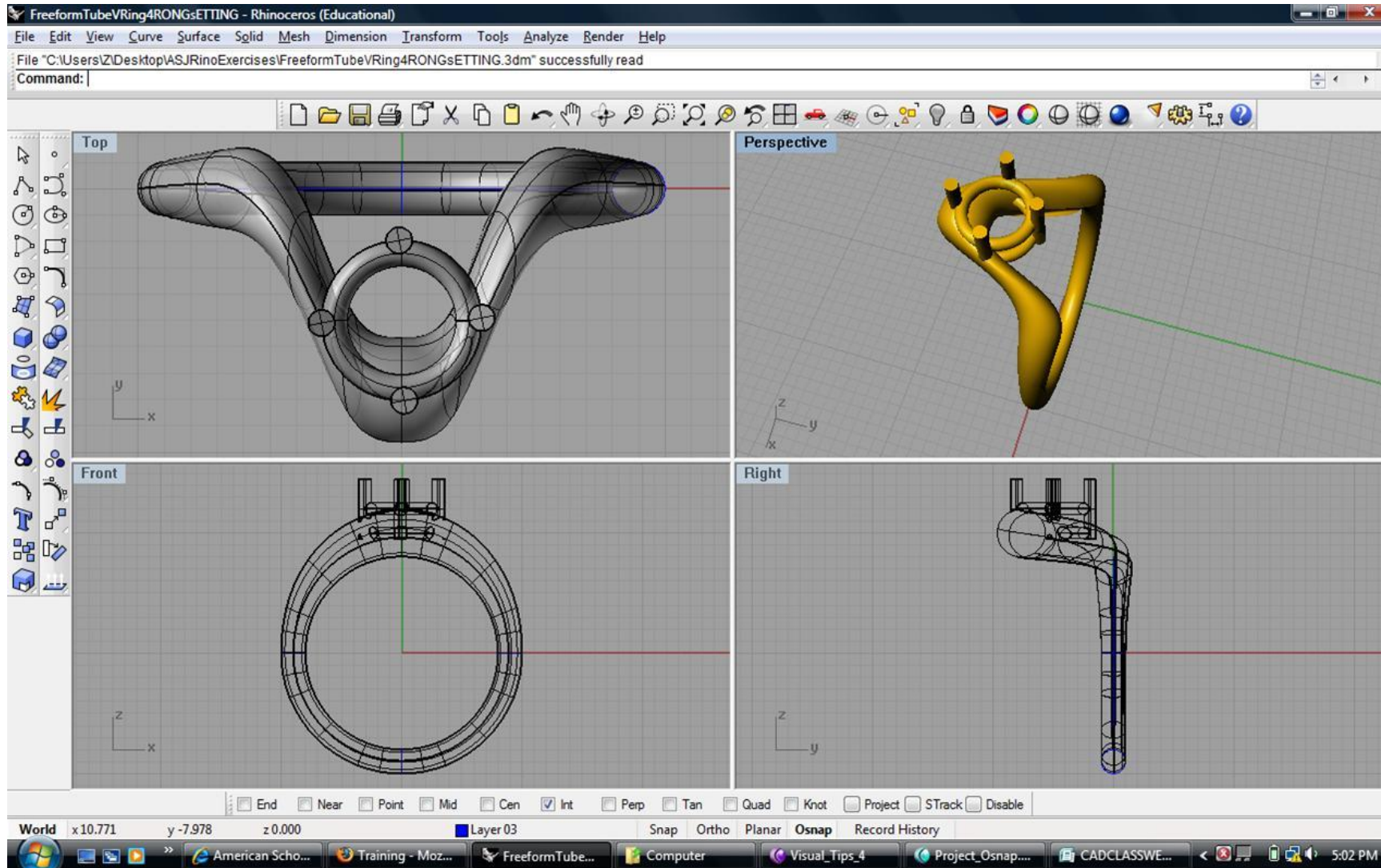
ANIMATION OF DEVELOPMENT

University of Calgary

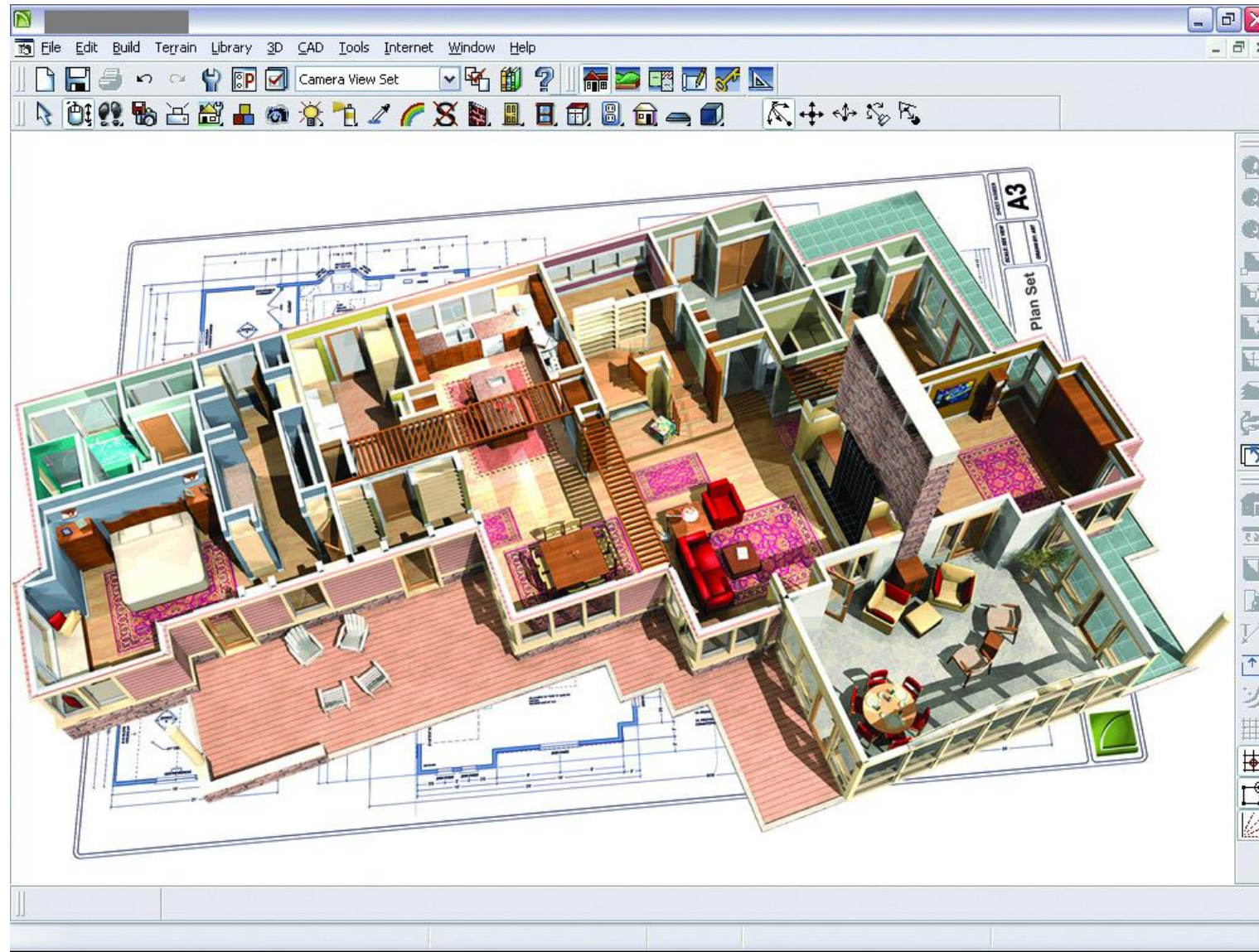
Symulacje



CAD & CAM Design



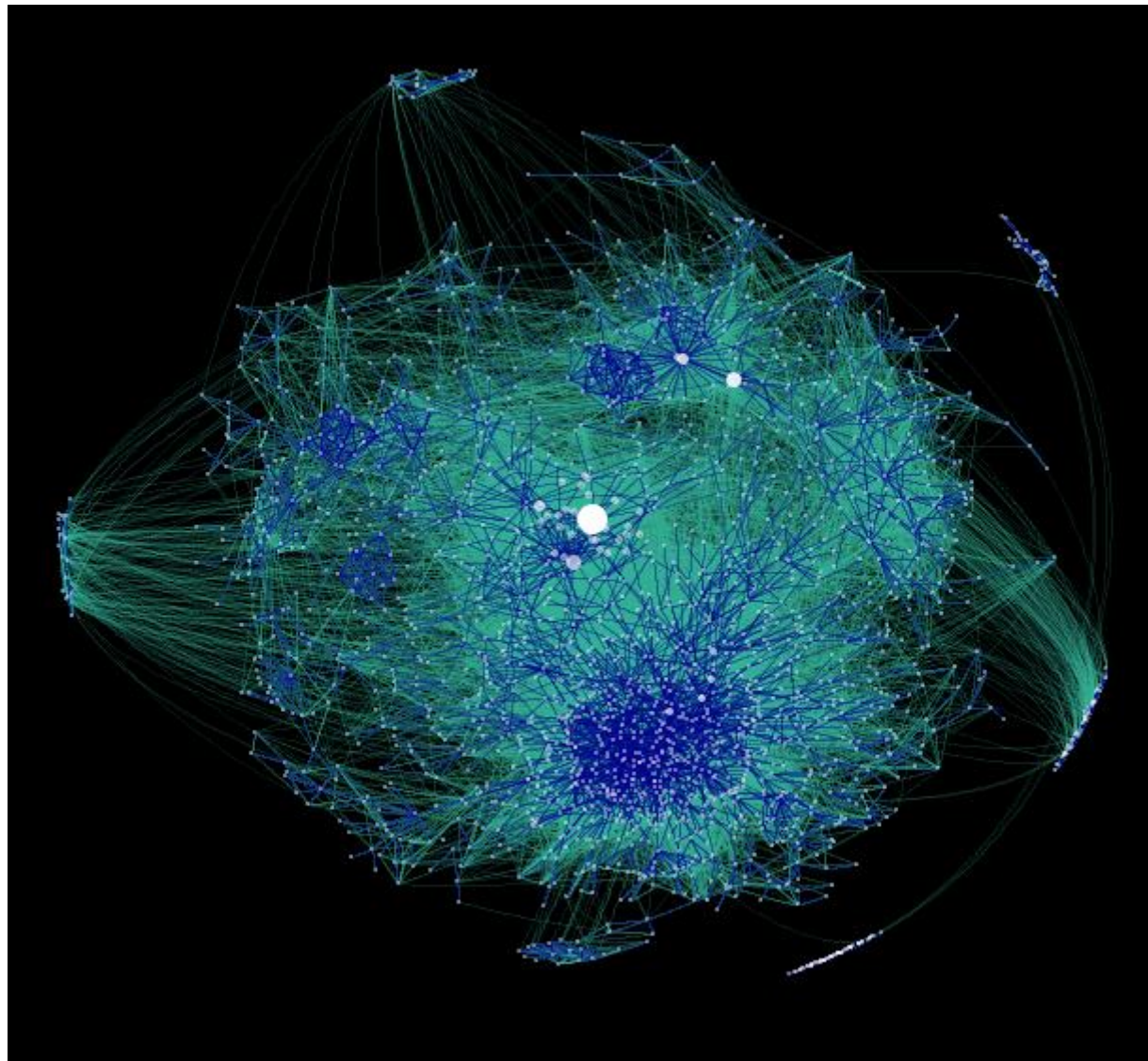
Architecture



Wirtualna Rzeczywistość



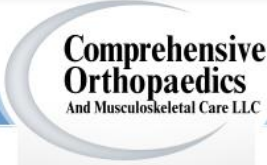
Wizualizacja



Medical Imaging



Education



**Comprehensive
Orthopaedics**
And Musculoskeletal Care LLC

203-265-3280

[Home](#) | [Site Map](#) | [Contact](#) | [Careers](#) | [Employee Login](#)

[Our Practice](#) | [Our Providers](#) | [Common Services](#) | [Patients](#) | [Medical Resources](#) | [Staff](#)

3D Patient Education

Orthopaedic Links

Other Medical Links

Our Locations

- Wallingford, CT
(203) 265-3280
- Meriden, CT
(203) 639-7992
- Cheshire, CT
(203) 699-9650
- Southington, CT
(860) 329-0115
- West Haven, CT
(203) 265-3280



**Comprehensive
Orthopaedics**
And Musculoskeletal Care LLC

No bones about it, we're the best!

In Partnership With



AOSSM



COPYRIGHT 2013, UNDERSTAND.COM. ALL RIGHTS RESERVED

00:11 / 05:37

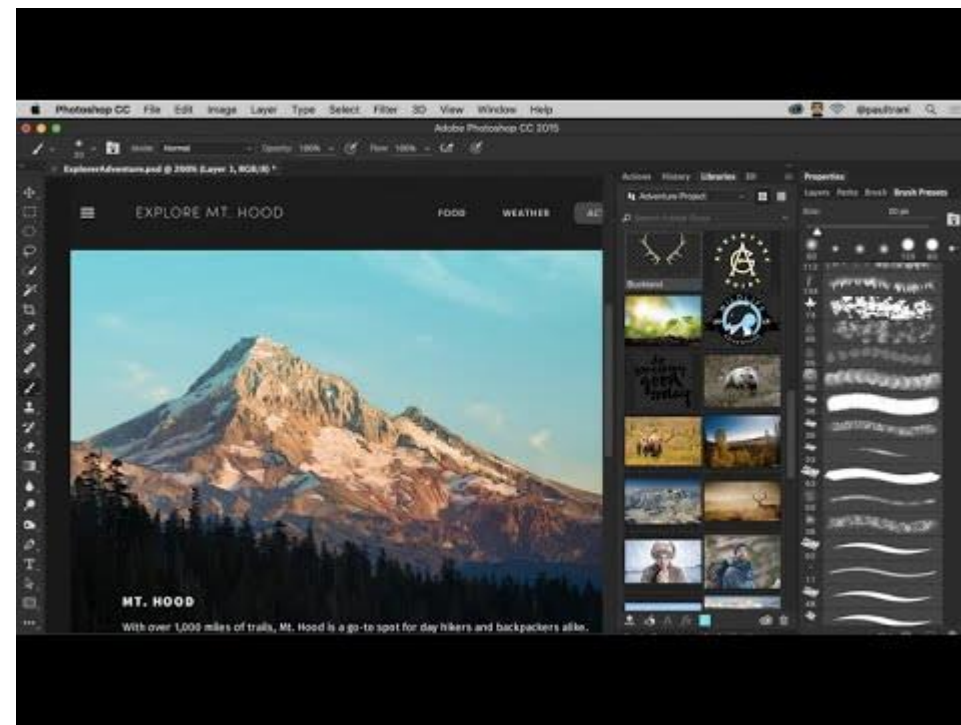
Content Provided by:  Understand.com®

Return to Menu

Geographic Info Systems & GPS



Aplikacje



Wyświetlacz

- Podstawowe specyfikacje do wyświetlania obrazów na komputerach to **OpenGL** i **Direct3D**
- 2D, Illustrator, Flash, Fonts, ...

Co się nauczyć

- Podstawy komputerowej grafiki
- Potok graficzny (jak z sceny 3D stworzyć obraz 2D)
- Podstawy specyfikacji **OpenGL**
- Doświadczenie w **C++**
- Podstawy języka programistycznego **GLSL** który stosuje moc obliczeniowa karty graficznej

Zaliczenie GRK

- Sprawdziany na ćwiczeniach co dwa tygodnie (70%)

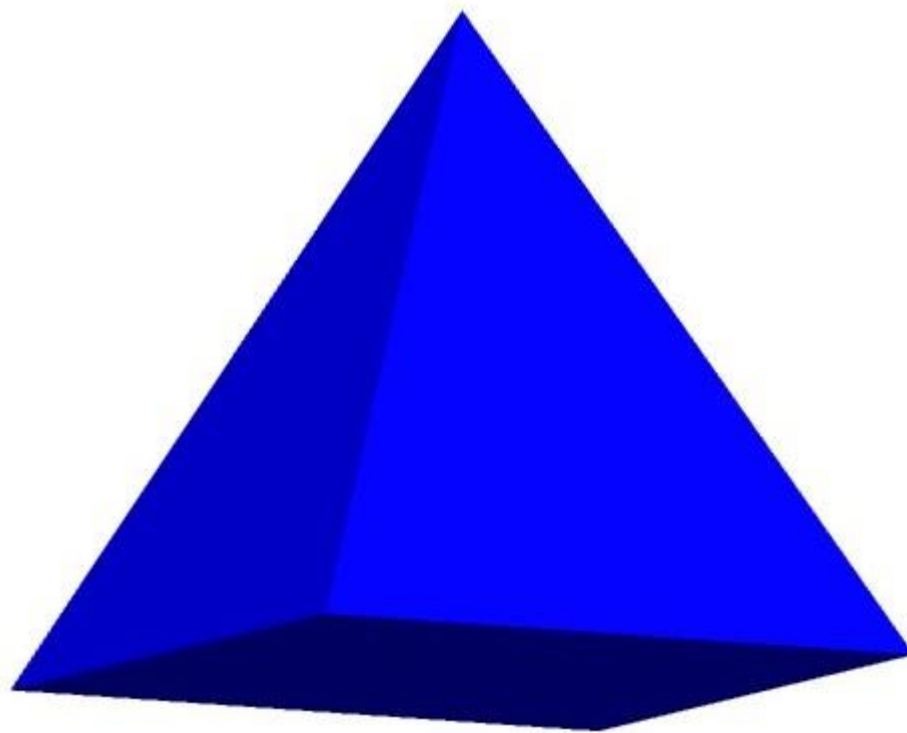
Zaliczenie GRK

- Sprawdziany na ćwiczeniach co dwa tygodnie (70%)
- Projekt zaliczeniowy (30%)

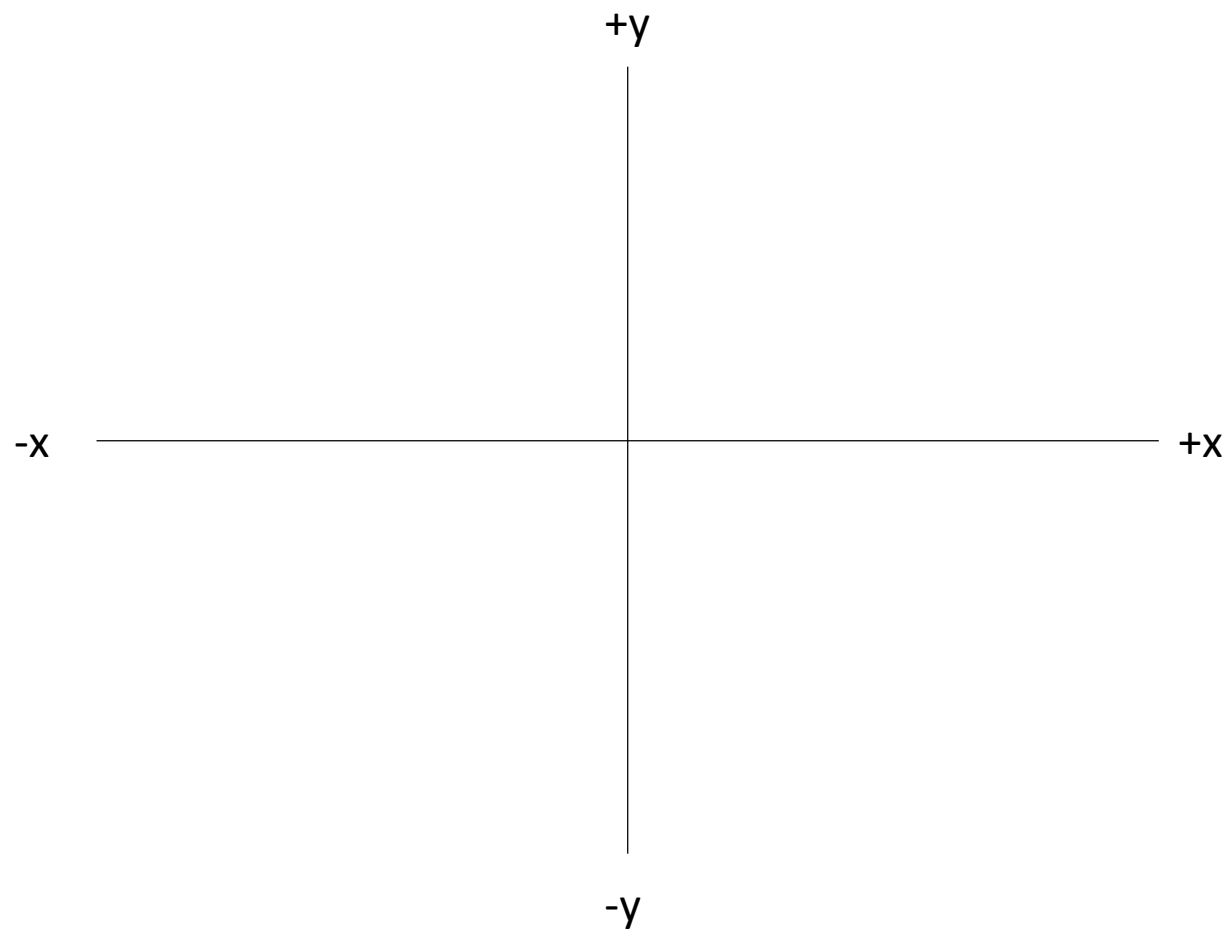
Zaliczenie GRK

- Sprawdziany na ćwiczeniach co dwa tygodnie (70%)
- Projekt zaliczeniowy (30%)
- Informacje na stronie: wp.faculty.wmi.amu.edu.pl/GRK.html

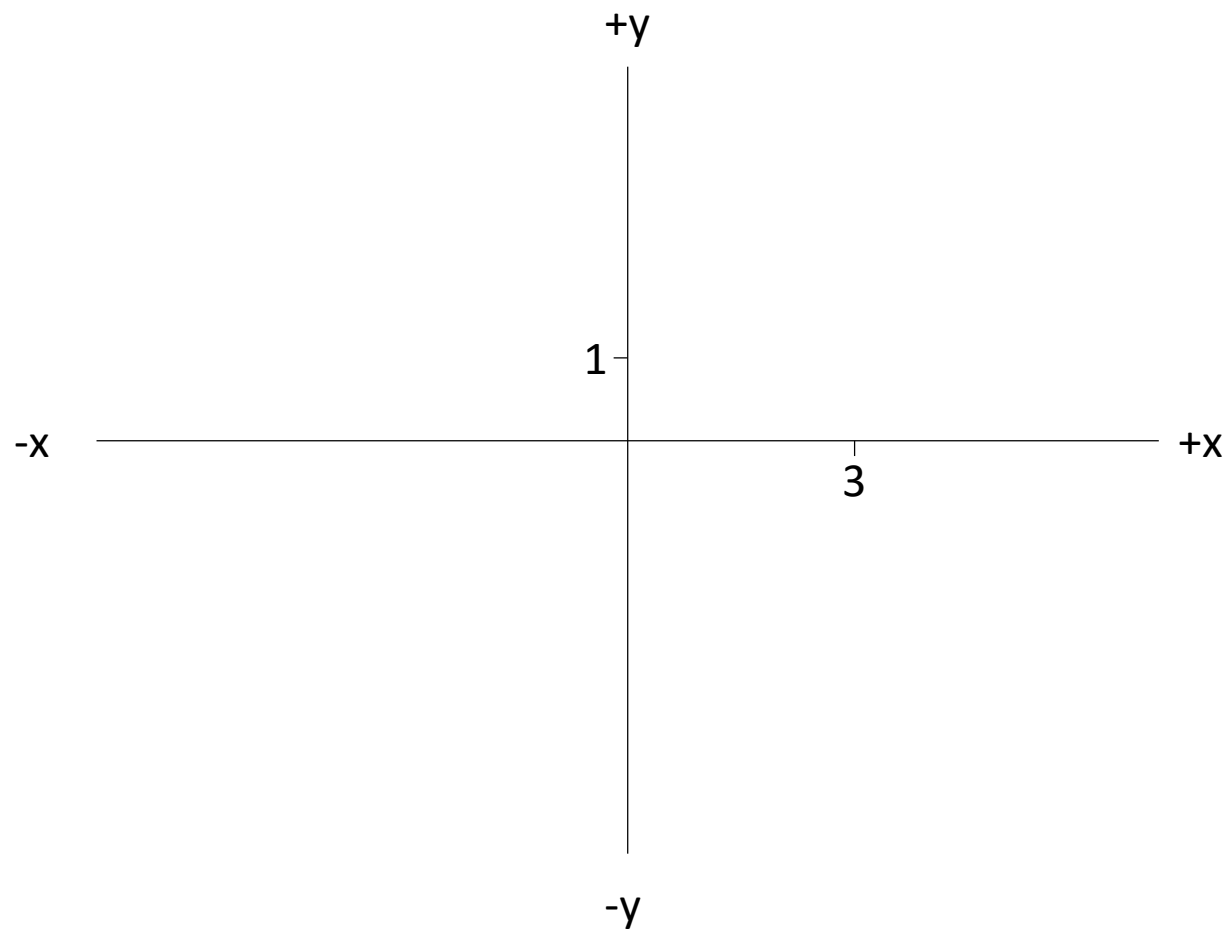
Jak przedstawić obiekty 3D?



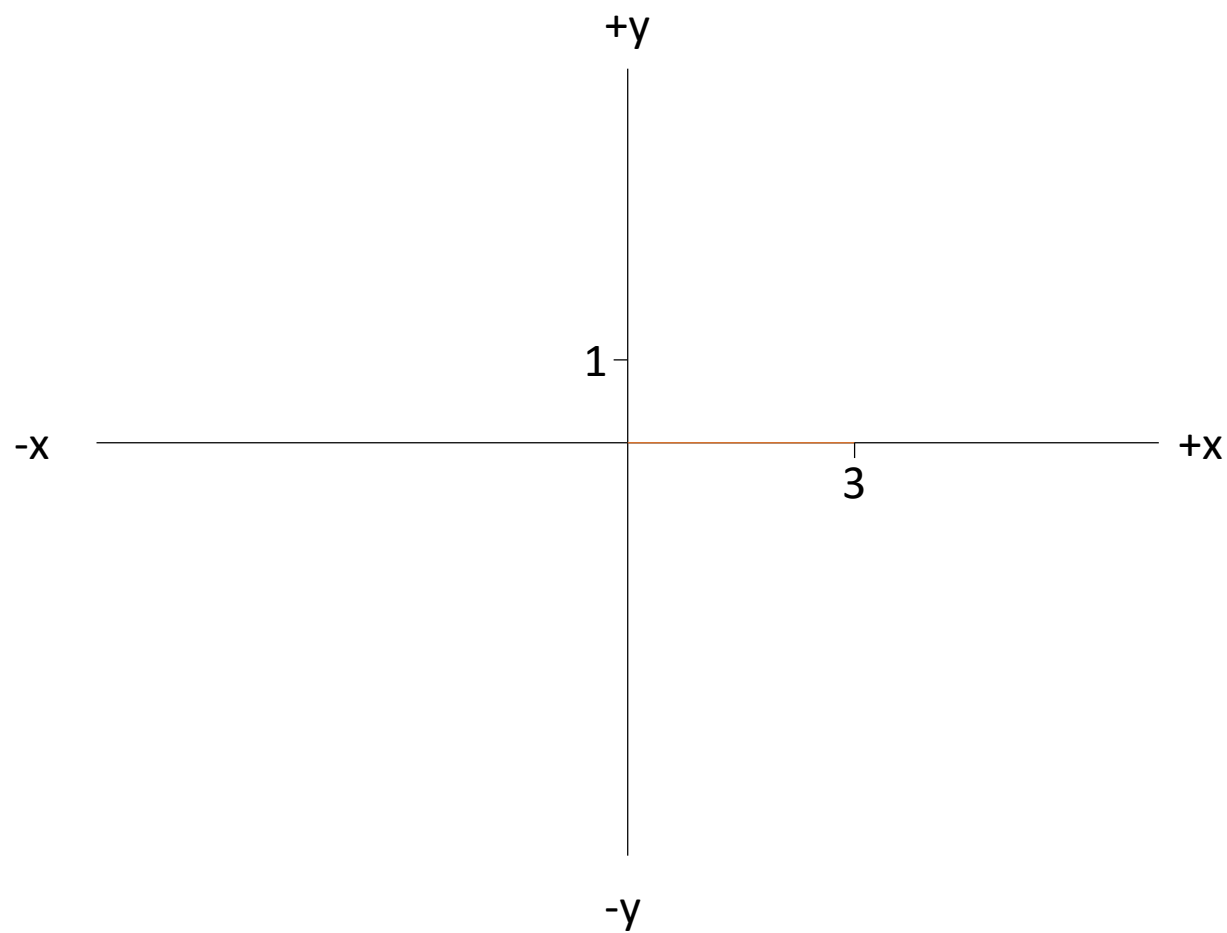
System współrzędny 2D



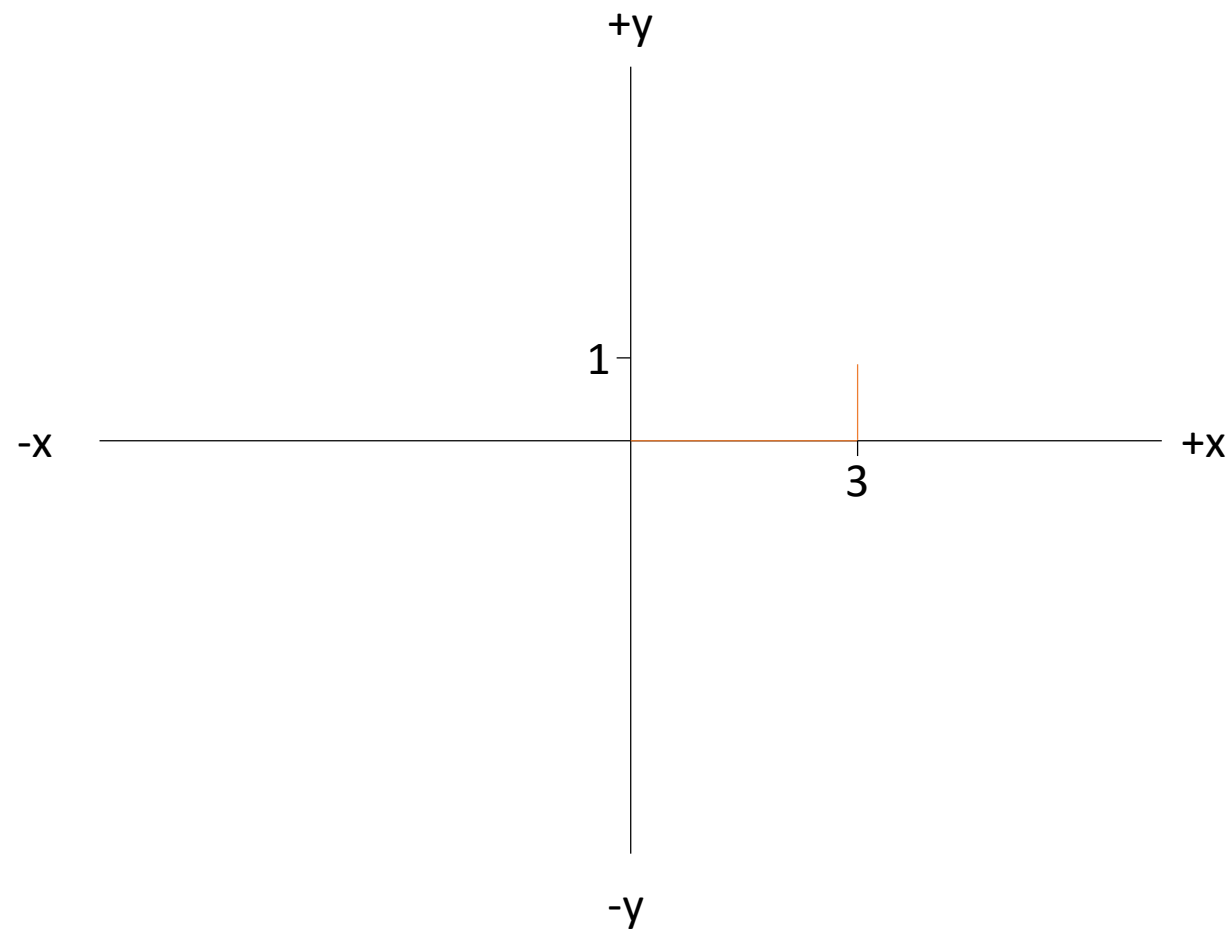
System współrzędny 2D



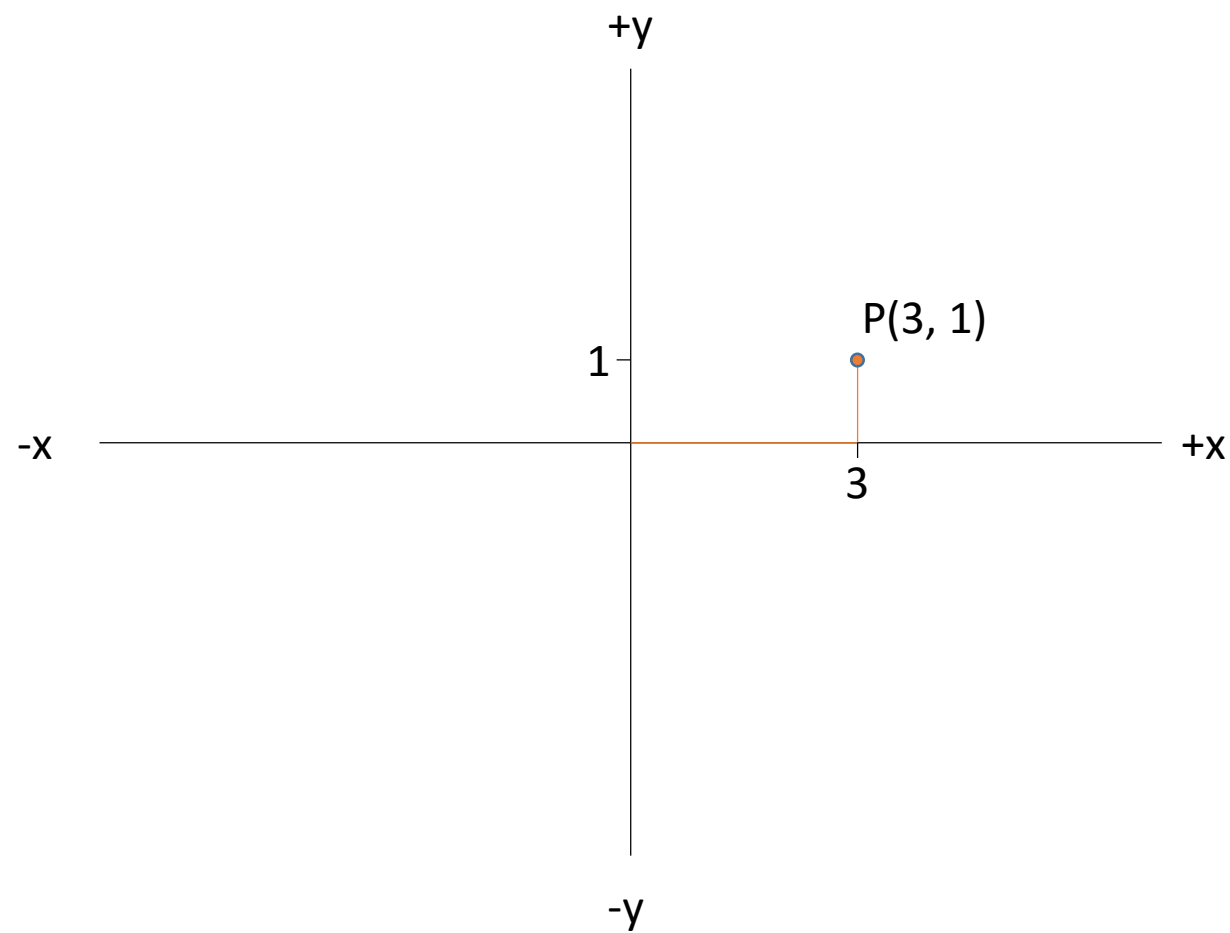
System współrzędny 2D



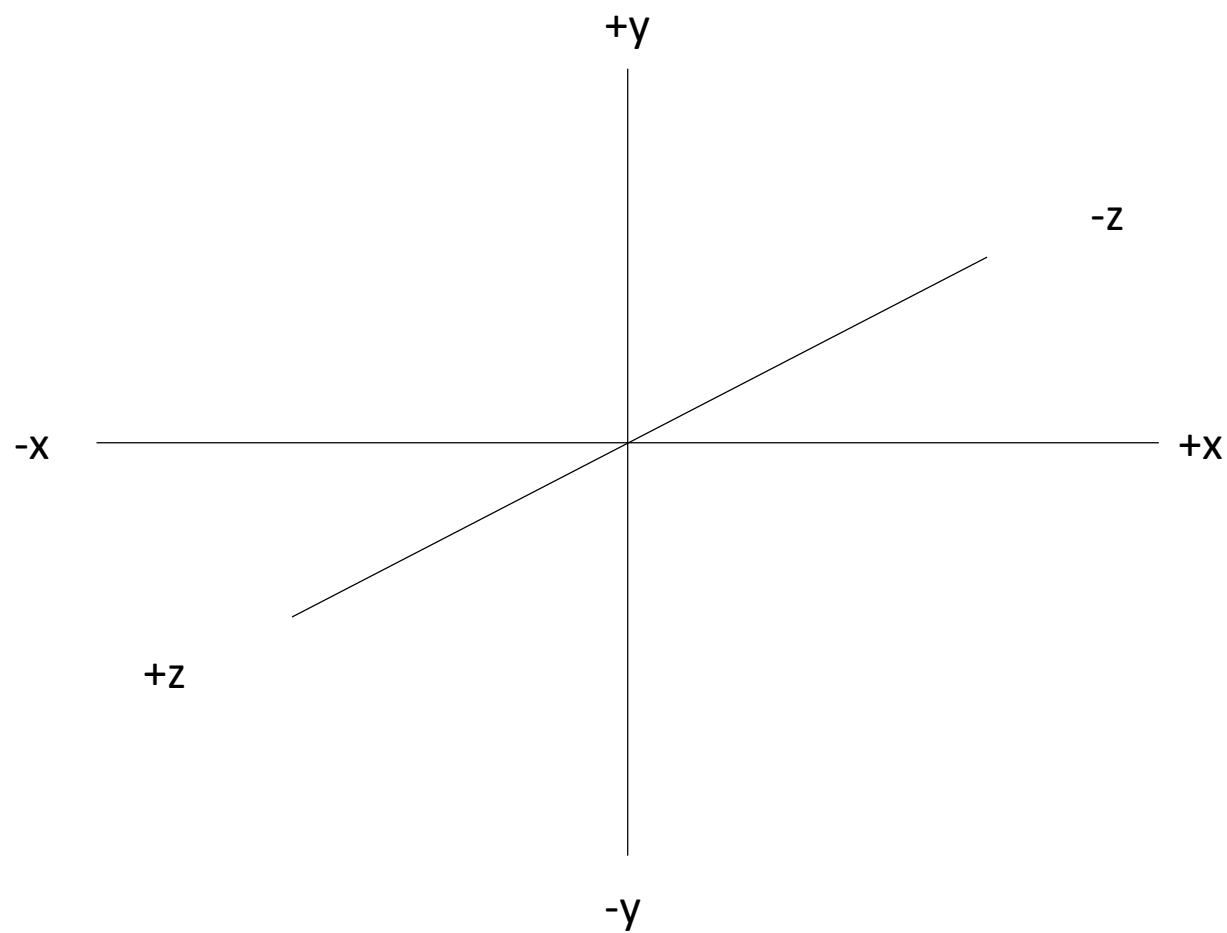
System współrzędny 2D



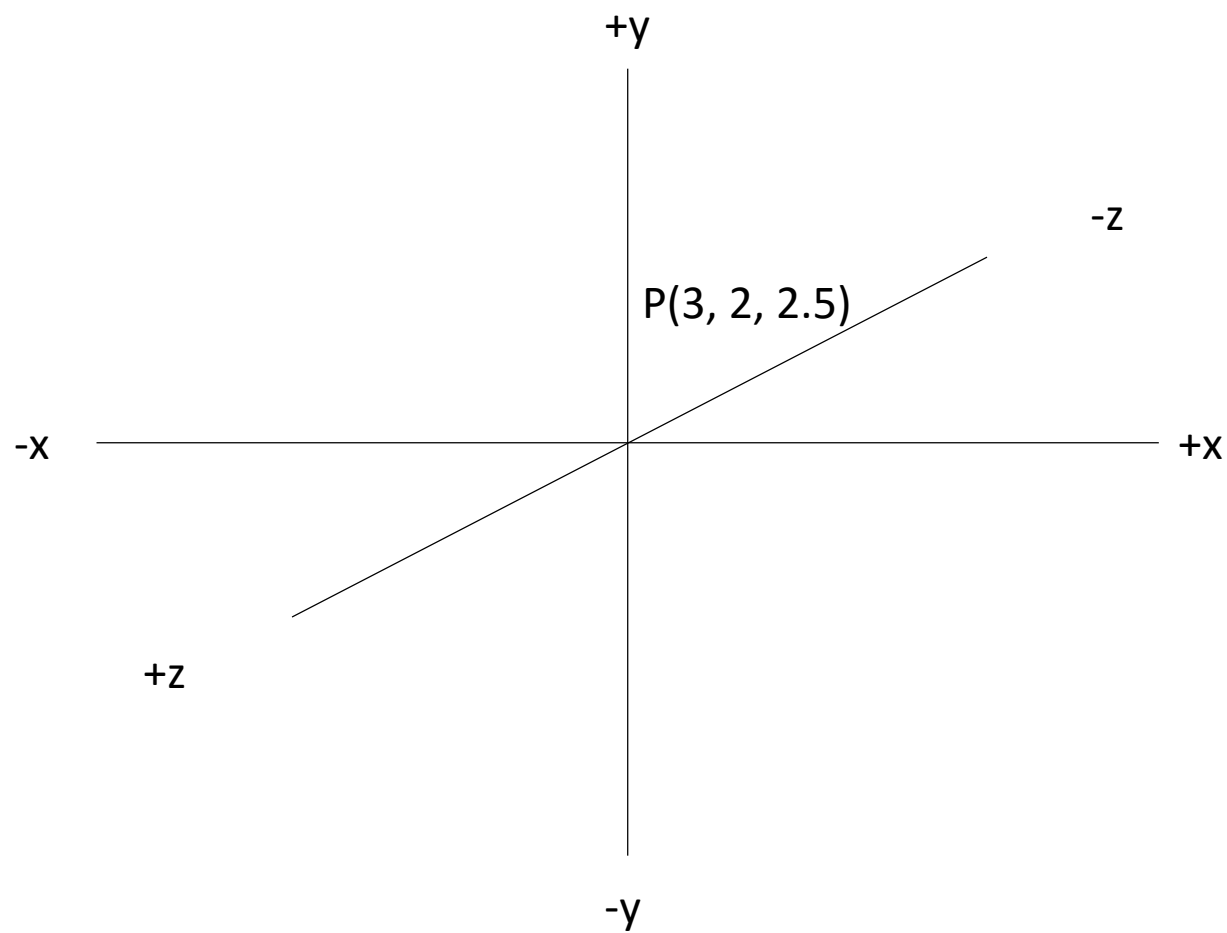
System współrzędny 2D



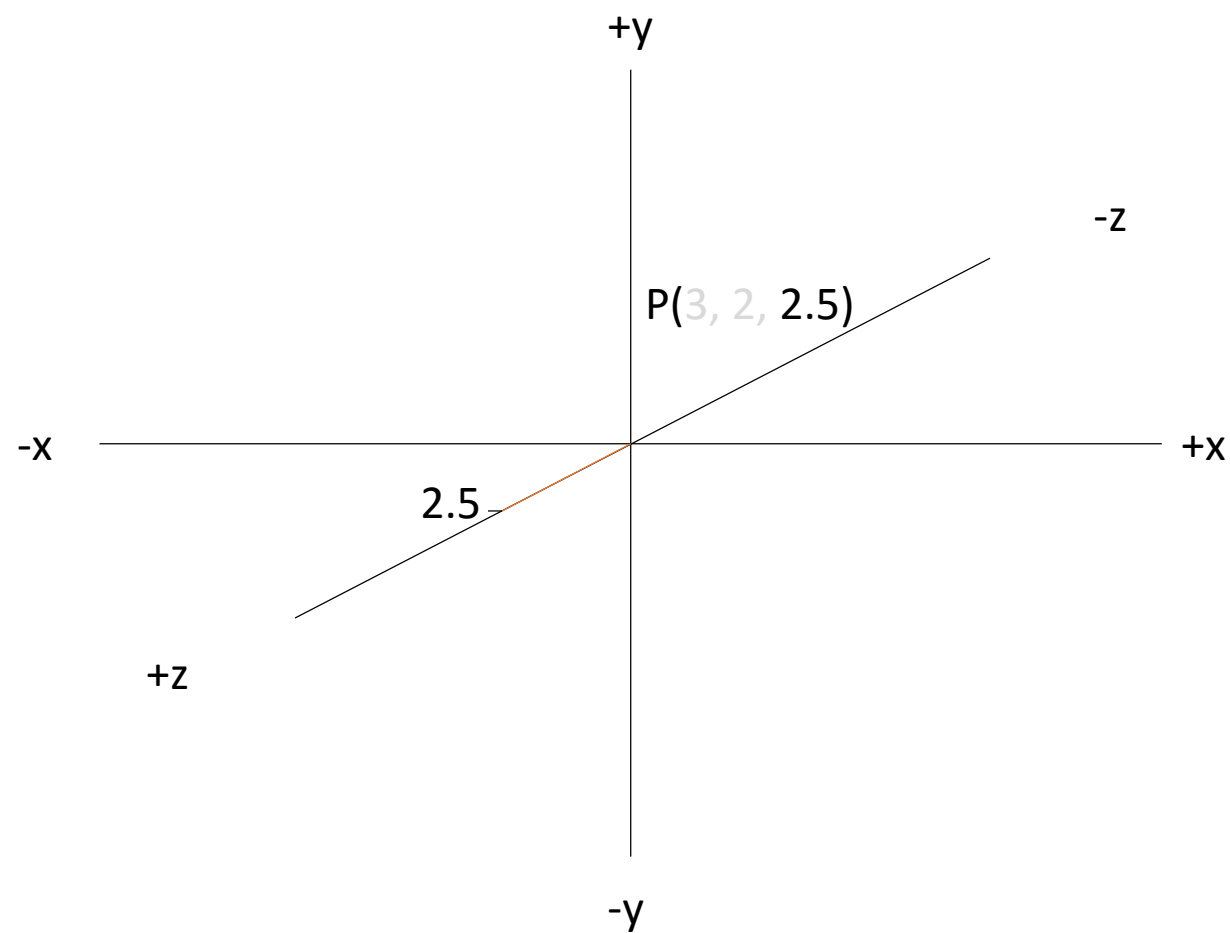
System współrzędny 3D



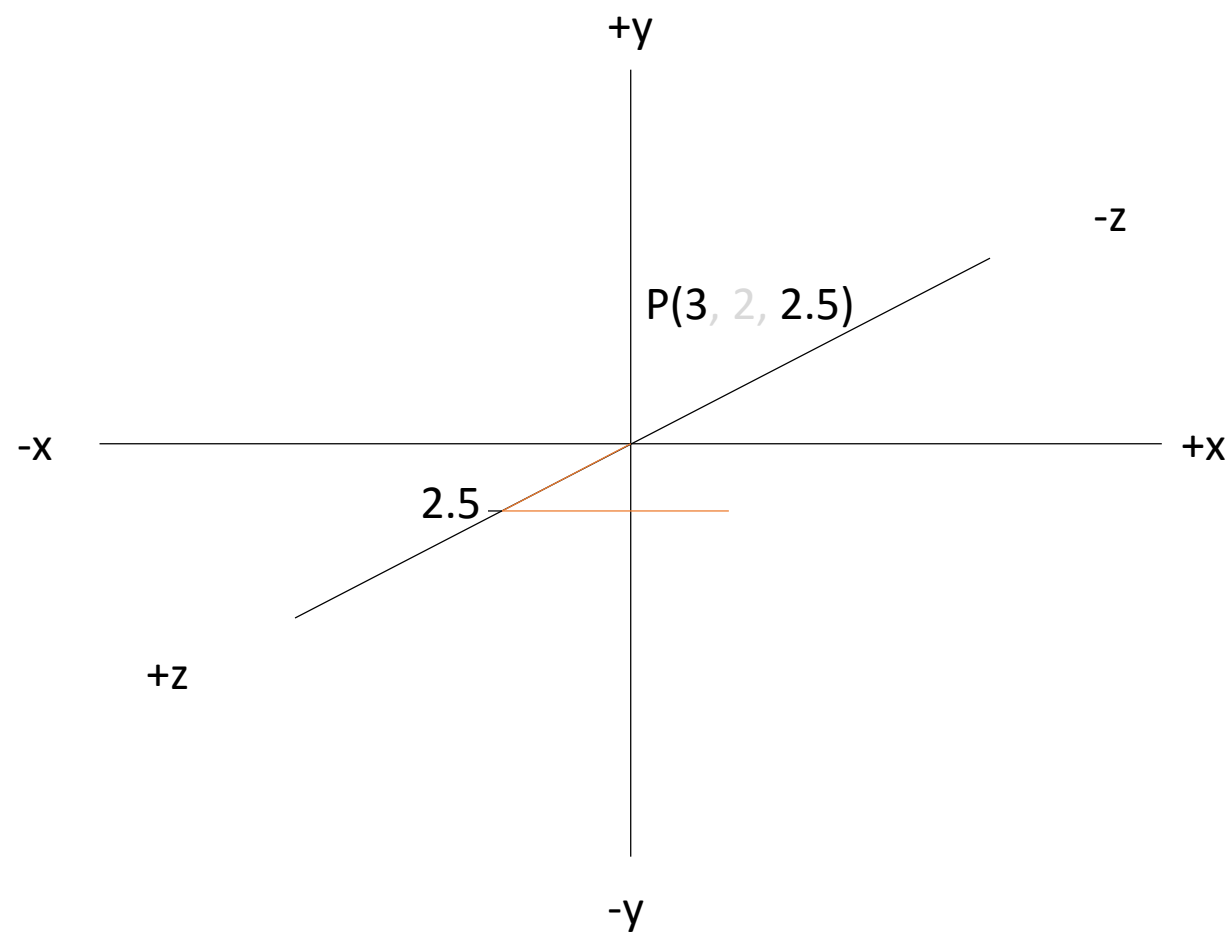
System współrzędny 3D



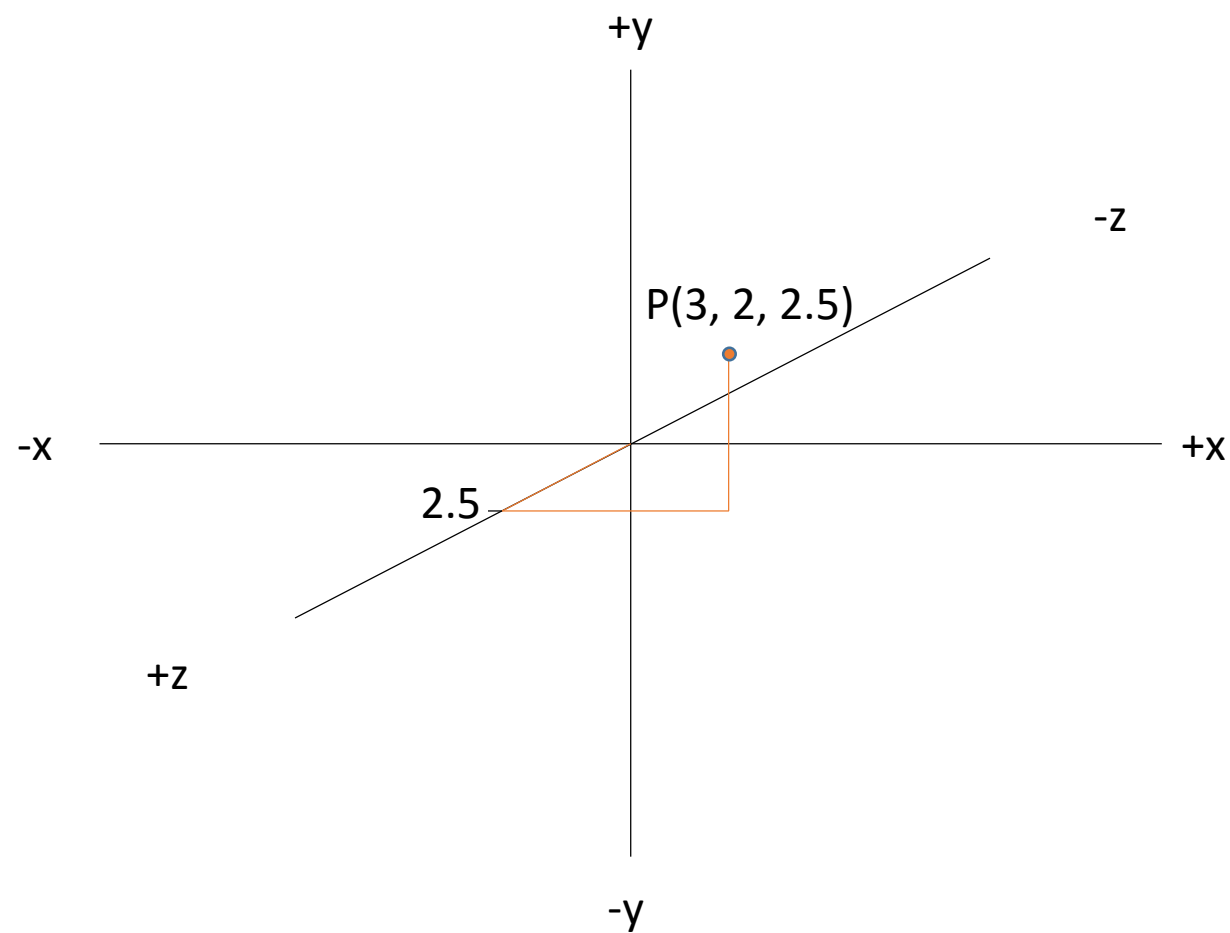
System współrzędny 3D



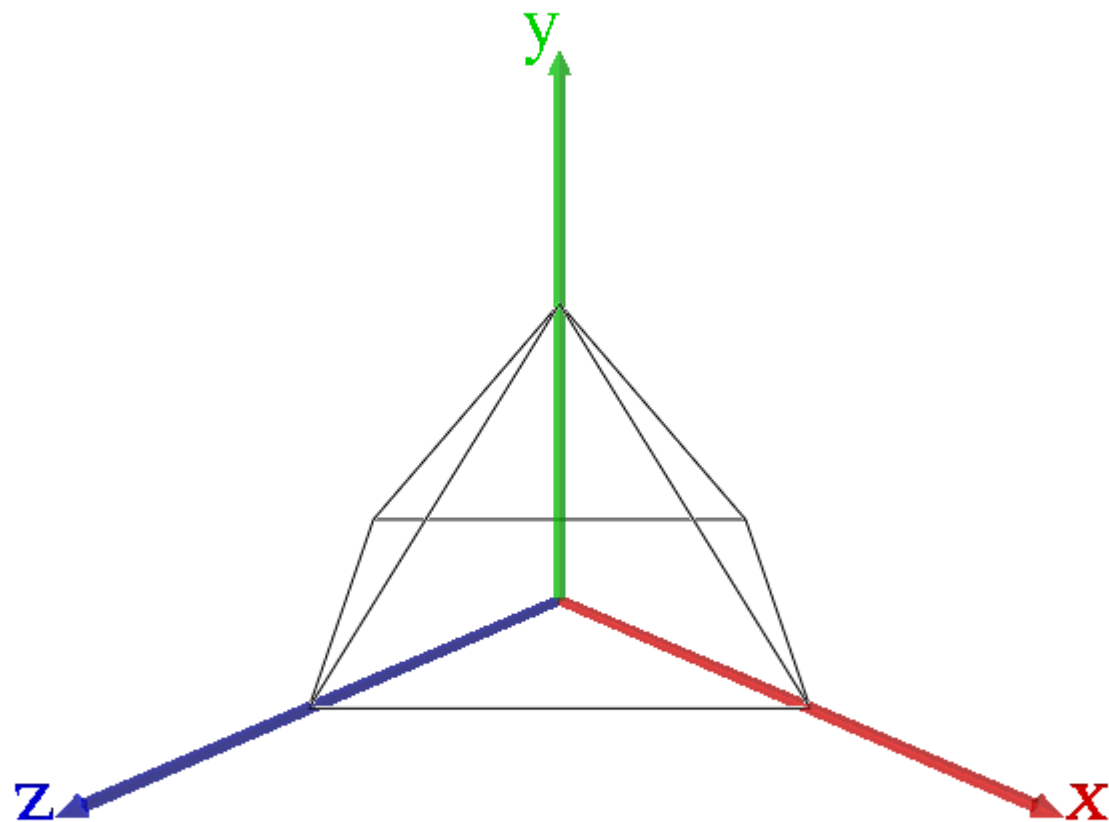
System współrzędny 3D



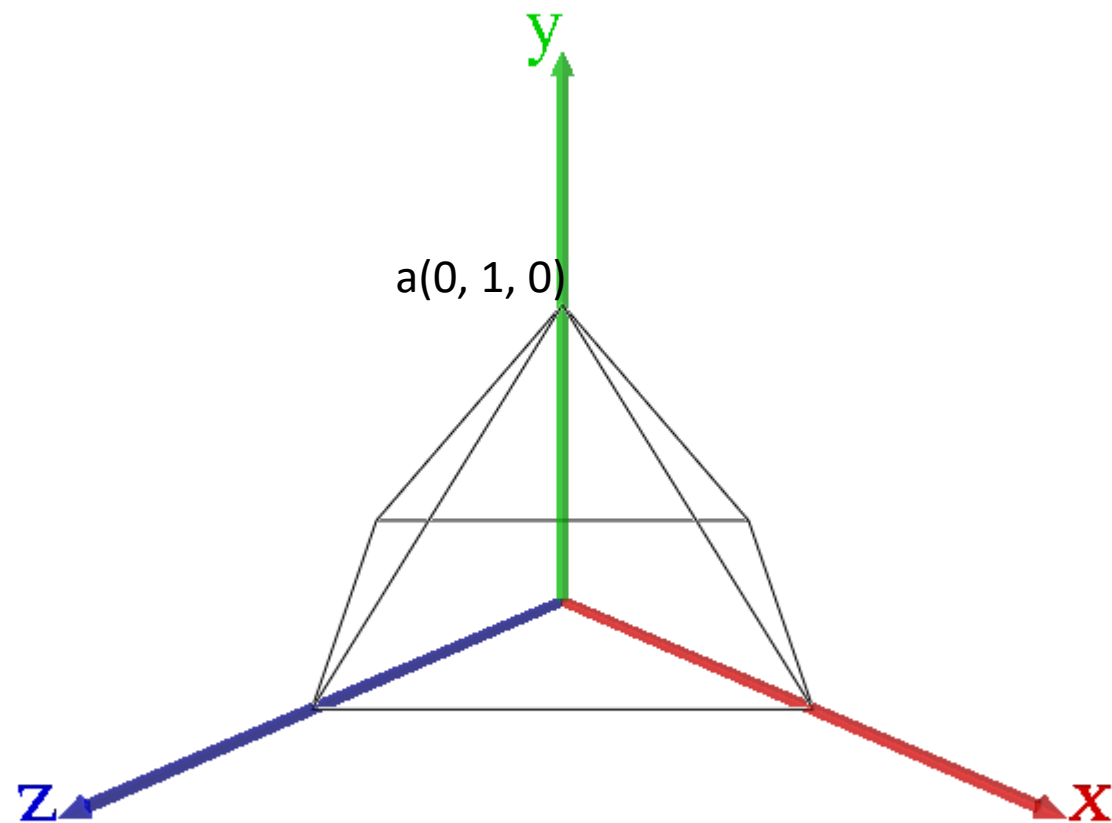
System współrzędny 3D



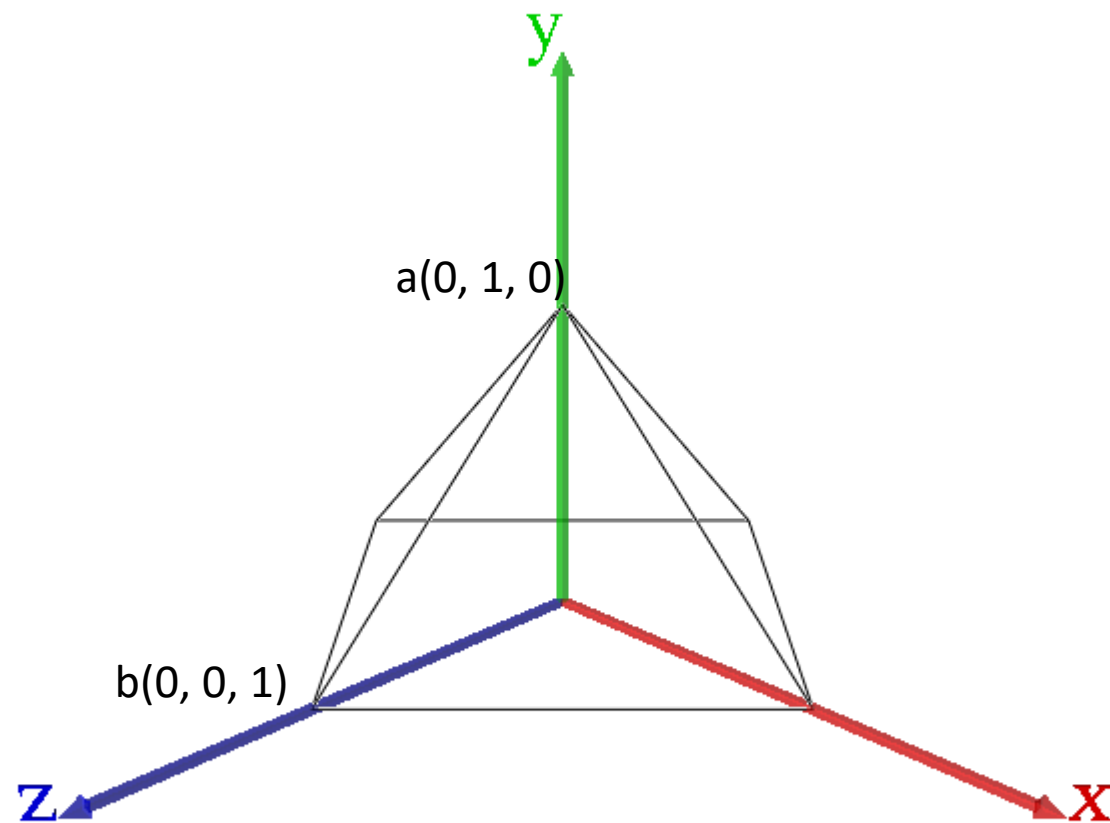
Przykład: Piramida



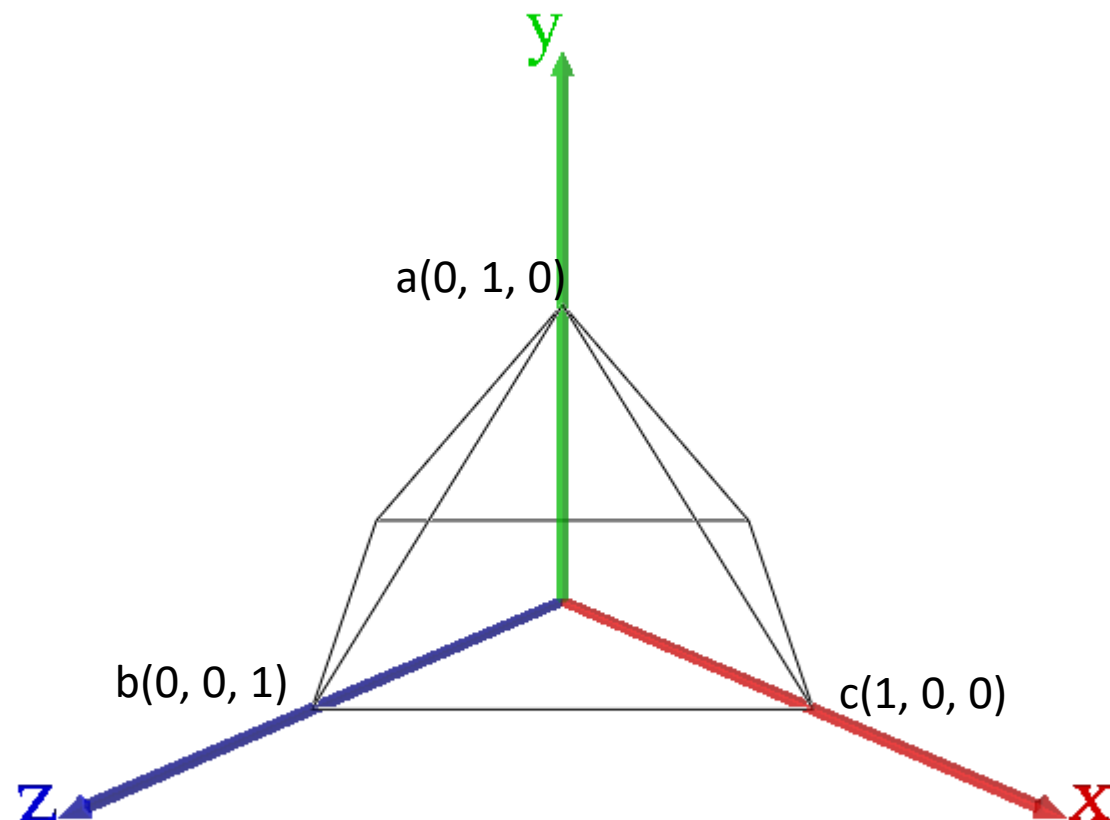
Przykład: Piramida



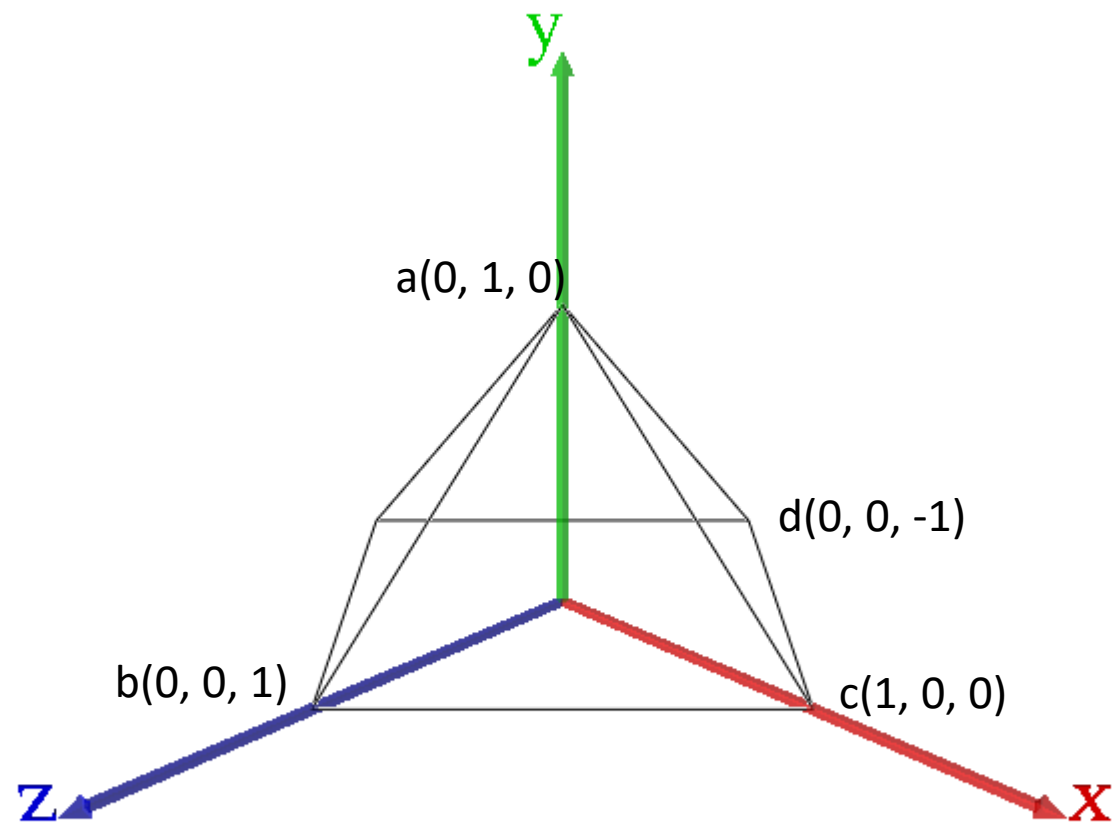
Przykład: Piramida



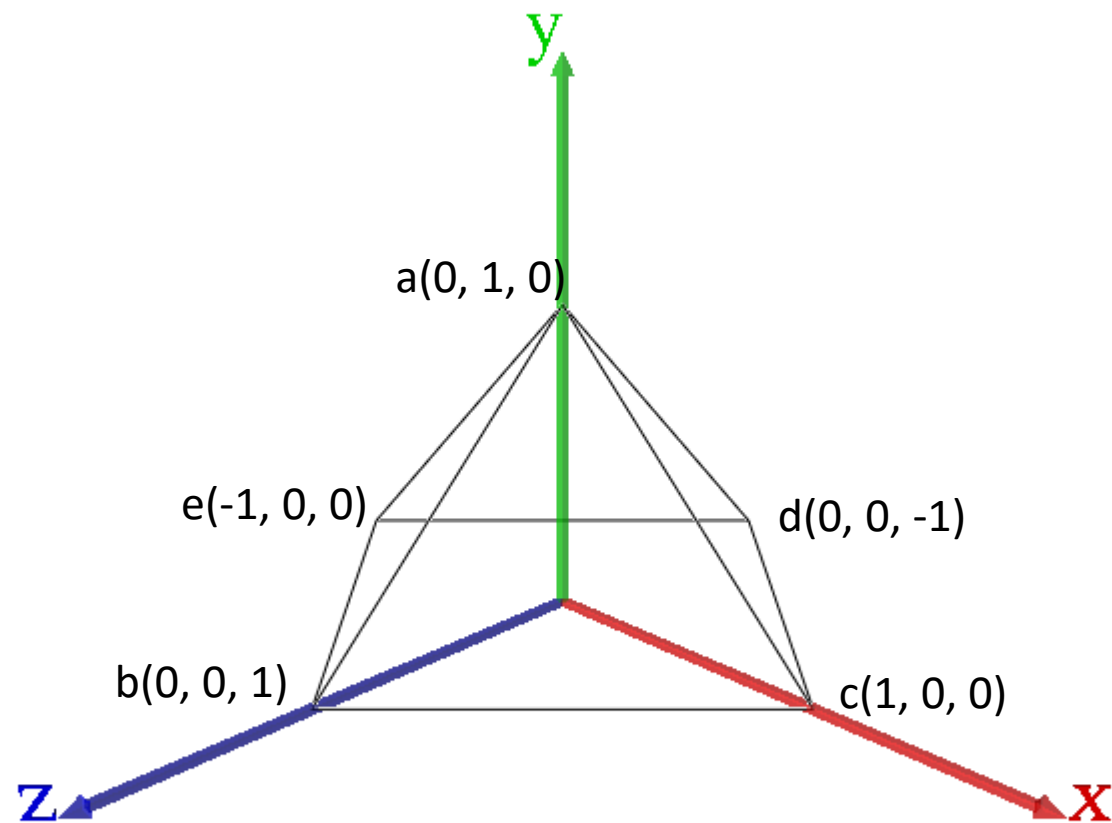
Przykład: Piramida



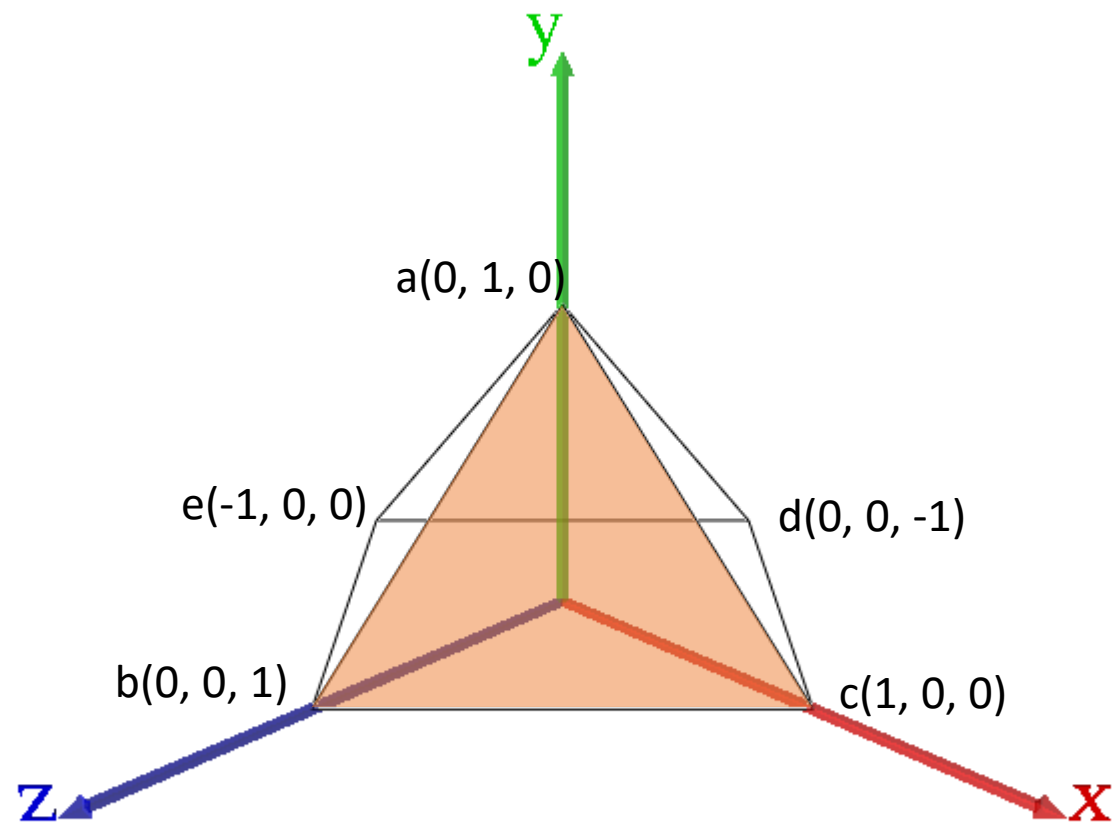
Przykład: Piramida



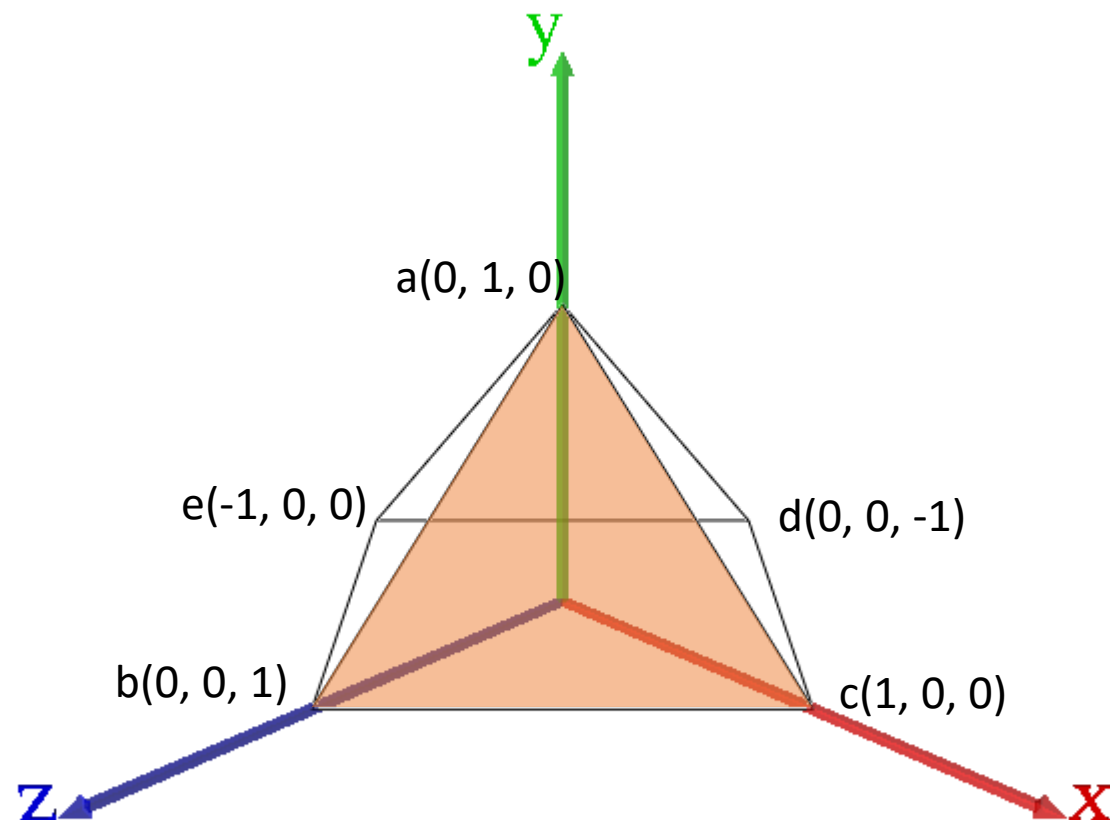
Przykład: Piramida



Powierzchnia (face)

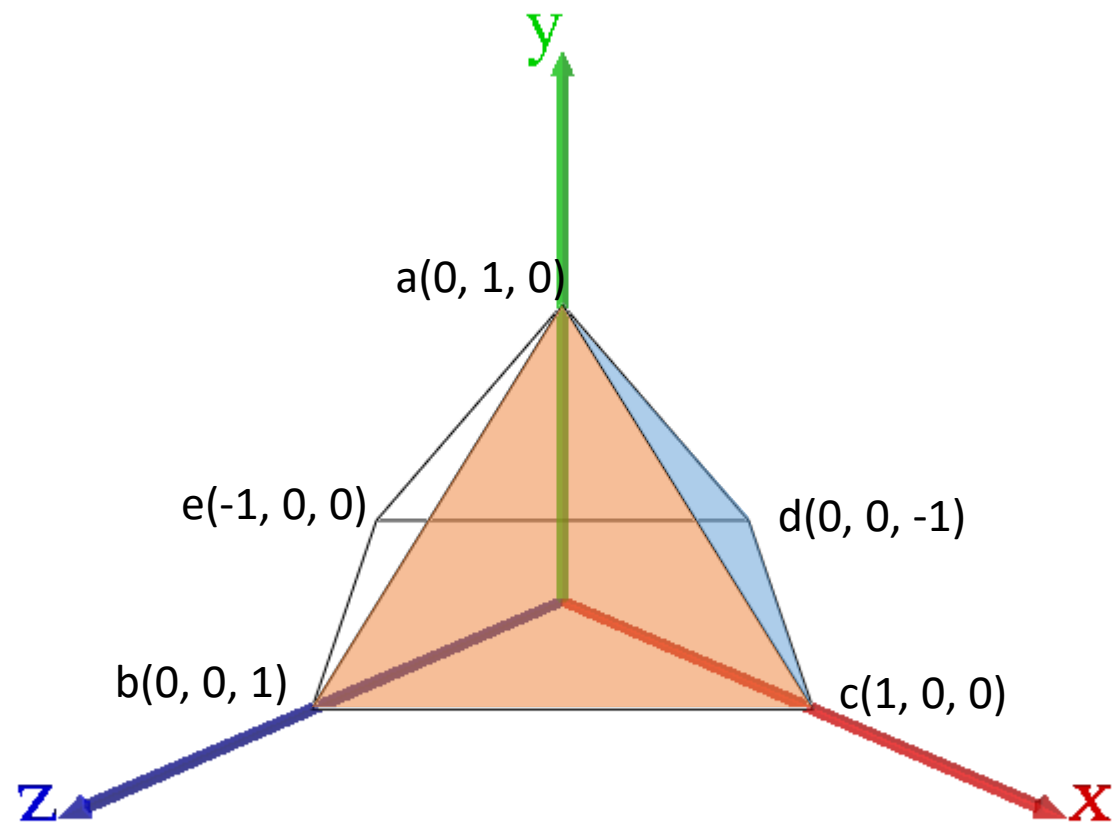


Powierzchnia (face)



Na przykład: $(0, 1, 0)$ $(0, 0, 1)$ $(1, 0, 0)$

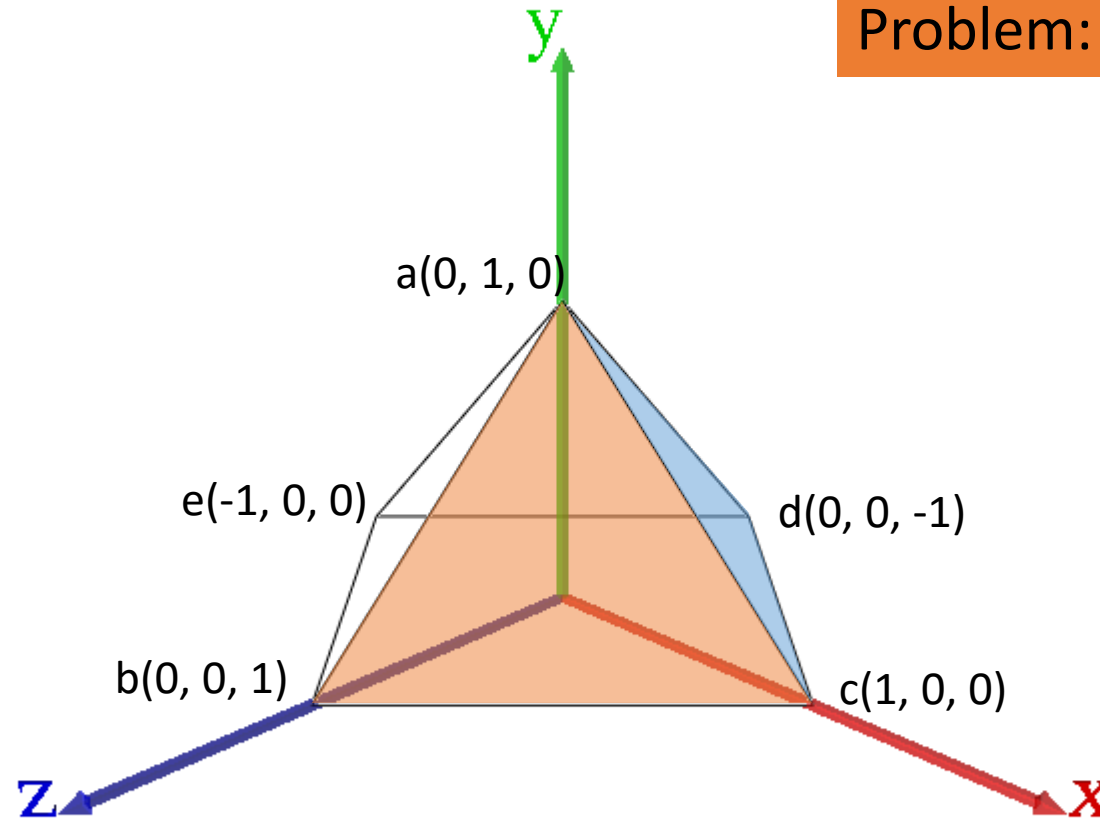
Powierzchnia (face)



Na przykład: $(0, 1, 0)$ $(0, 0, 1)$ $(1, 0, 0)$ albo $(0, 1, 0)$ $(1, 0, 0)$ $(0, 0, -1)$

Powierzchnia (face)

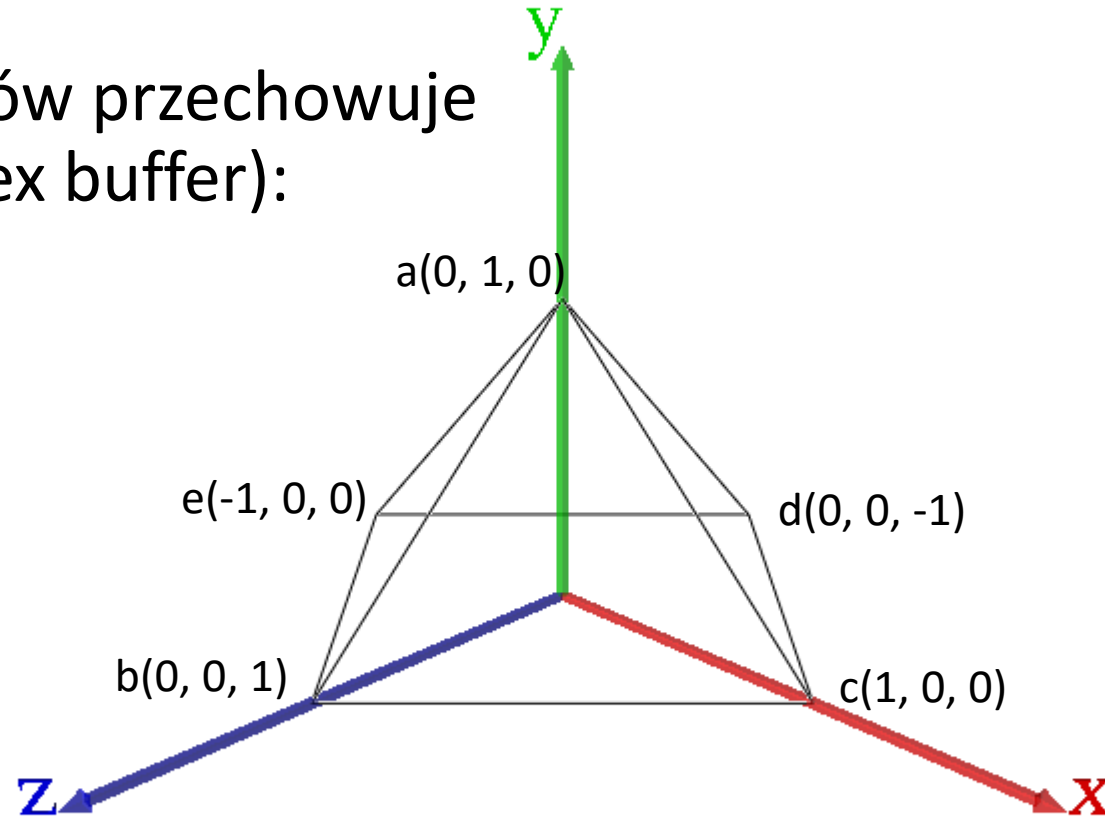
Problem: duplikacja wierzchołków!



Na przykład: $(0, 1, 0)$ $(0, 0, 1)$ $(1, 0, 0)$ albo $(0, 1, 0)$ $(1, 0, 0)$ $(0, 0, -1)$

Rozwiązanie: nowa struktura danych

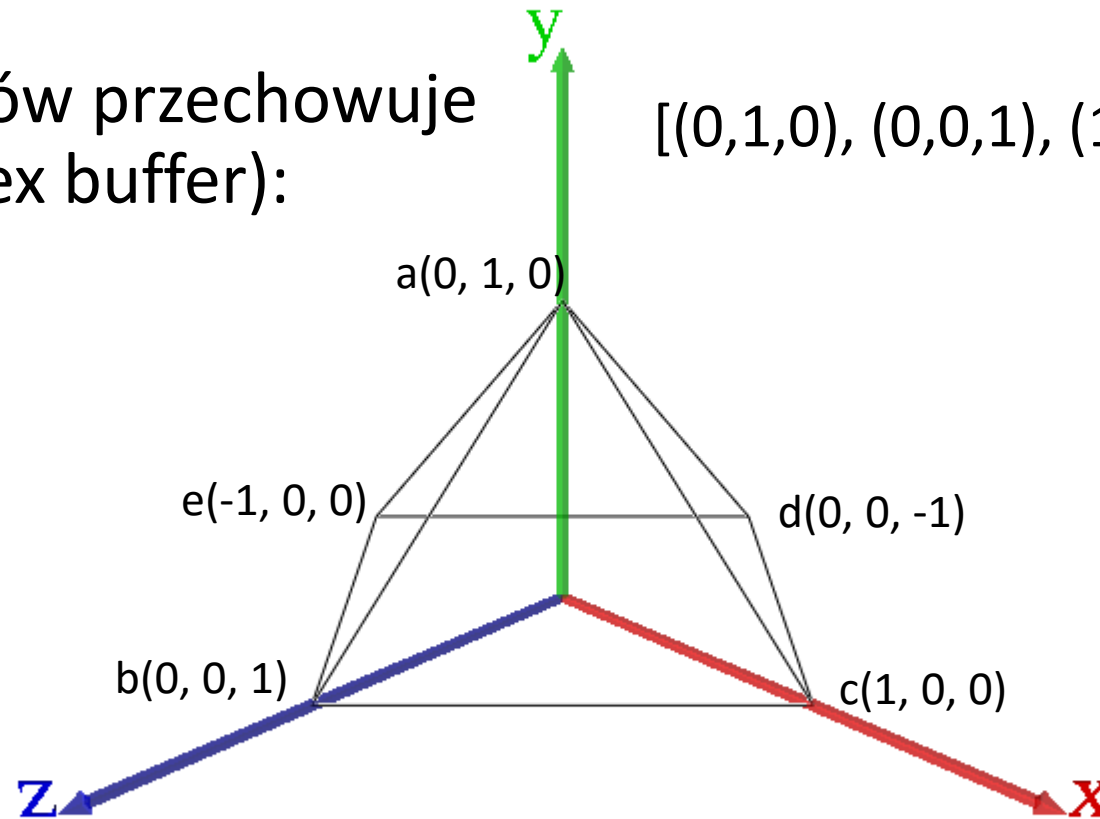
Bufor wierzchołków przechowuje wierzchołki (vertex buffer):



Rozwiązanie: nowa struktura danych

Bufor wierzchołków przechowuje wierzchołki (vertex buffer):

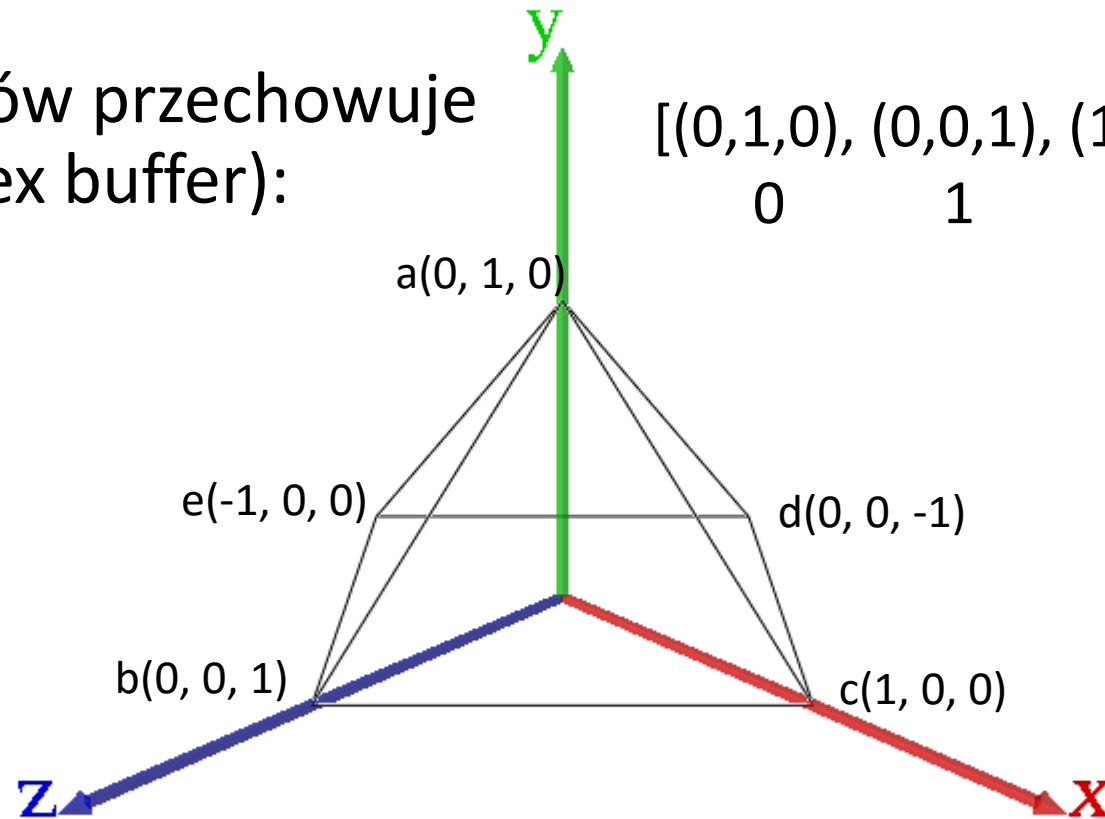
$[(0,1,0), (0,0,1), (1,0,0), (0,0,-1), (-1,0,0)]$



Rozwiązanie: nowa struktura danych

Bufor wierzchołków przechowuje
wierzchołki (vertex buffer):

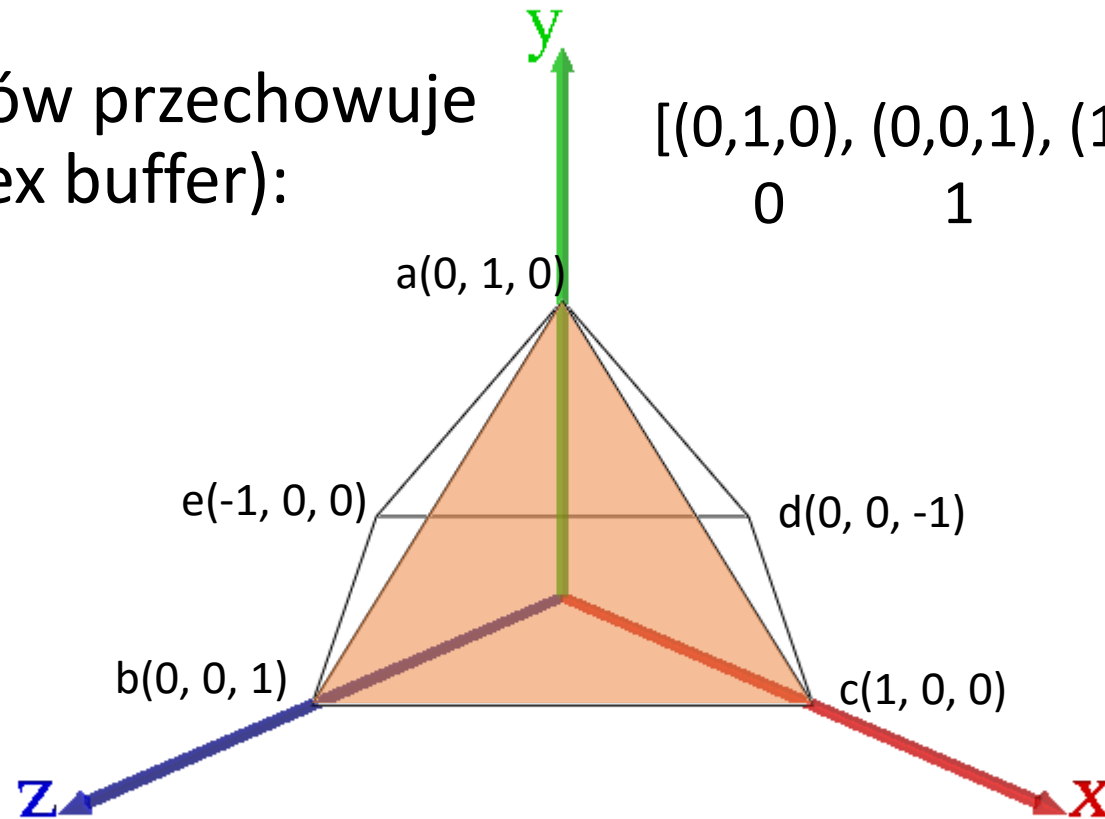
$[(0,1,0), (0,0,1), (1,0,0), (0,0,-1), (-1,0,0)]$
0 1 2 3 4



Rozwiązanie: nowa struktura danych

Bufor wierzchołków przechowuje wierzchołki (vertex buffer):

$[(0,1,0), (0,0,1), (1,0,0), (0,0,-1), (-1,0,0)]$
0 1 2 3 4

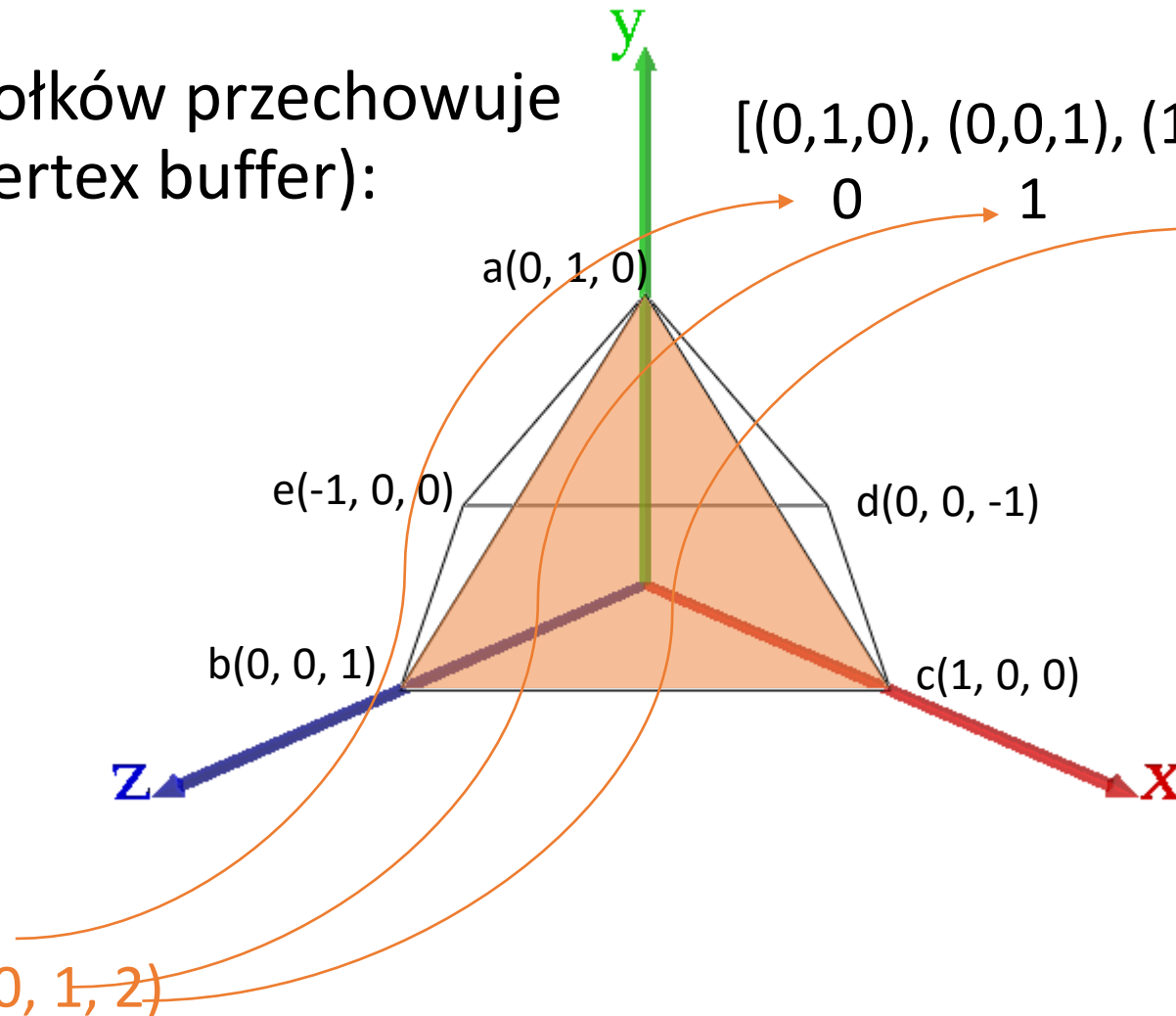


Na przykład: $(0, 1, 2)$

Rozwiązanie: nowa struktura danych

Bufor wierzchołków przechowuje wierzchołki (vertex buffer):

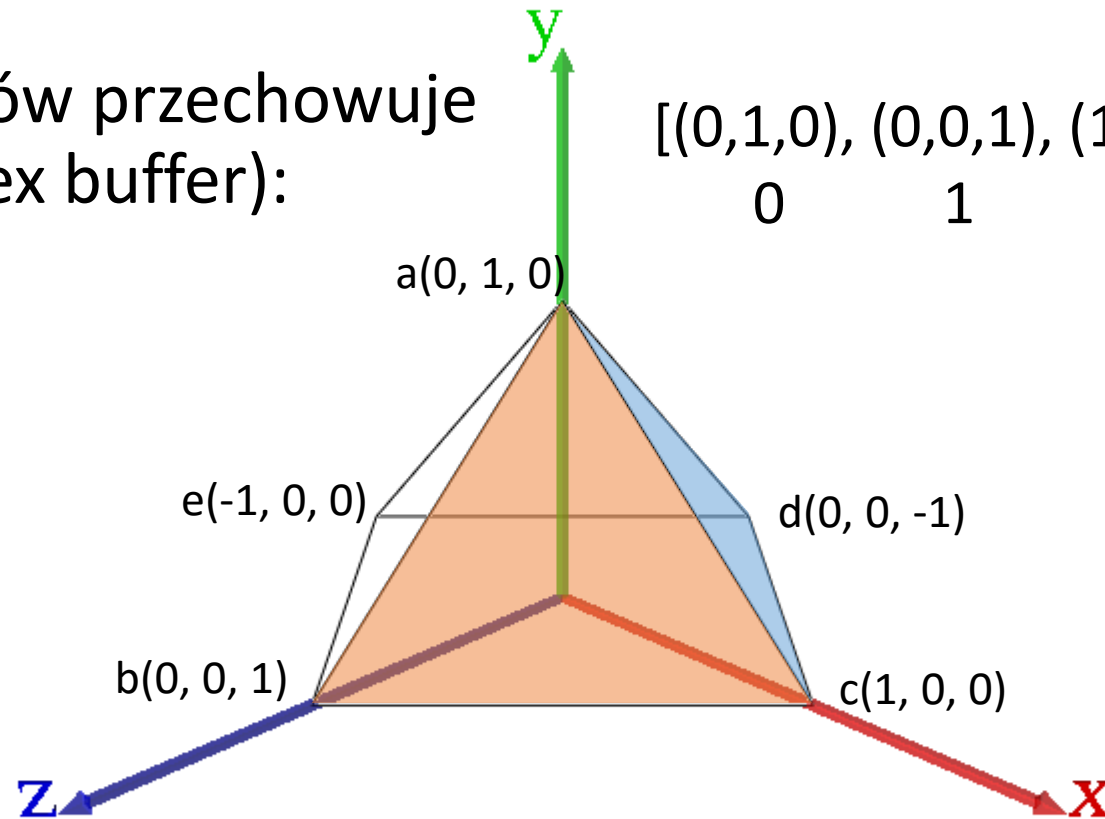
$[(0,1,0), (0,0,1), (1,0,0), (0,0,-1), (-1,0,0)]$
0 1 2 3 4



Rozwiązanie: nowa struktura danych

Bufor wierzchołków przechowuje wierzchołki (vertex buffer):

$[(0,1,0), (0,0,1), (1,0,0), (0,0,-1), (-1,0,0)]$
0 1 2 3 4

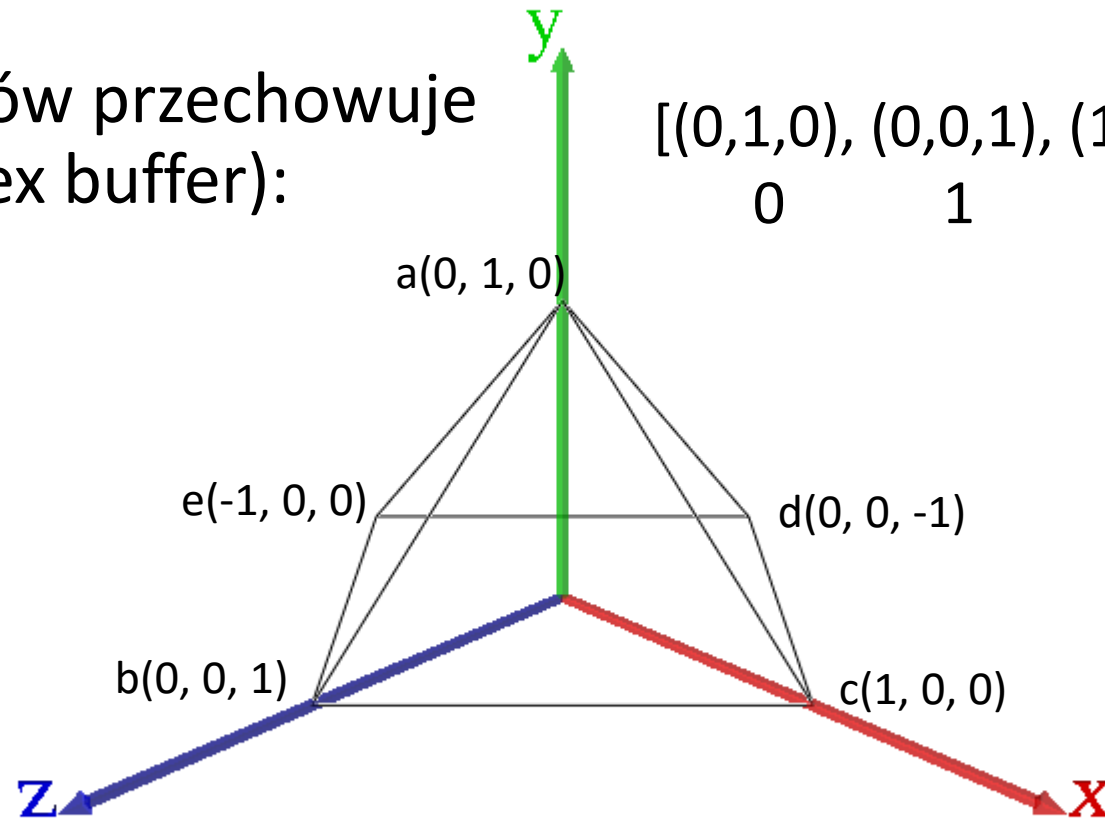


Na przykład: $(0, 1, 2)$ lub $(0, 2, 3)$

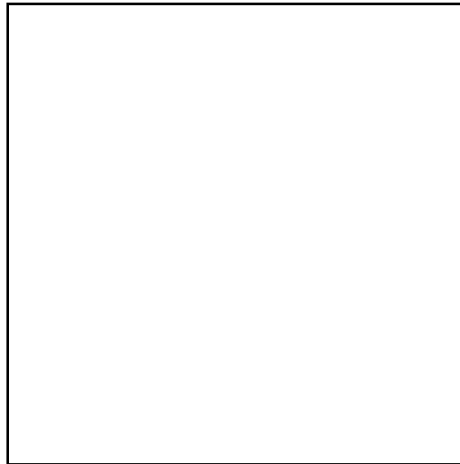
Rozwiązanie: nowa struktura danych

Bufor wierzchołków przechowuje
wierzchołki (vertex buffer):

$[(0,1,0), (0,0,1), (1,0,0), (0,0,-1), (-1,0,0)]$
0 1 2 3 4

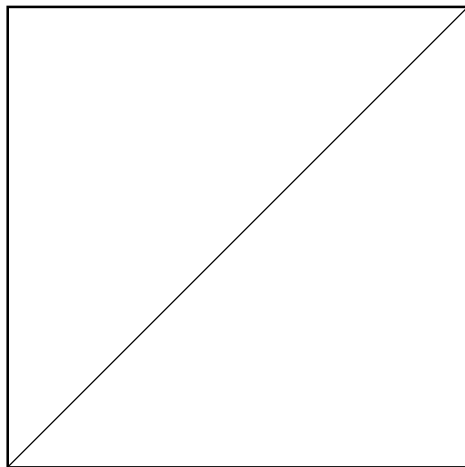


Trójkąty



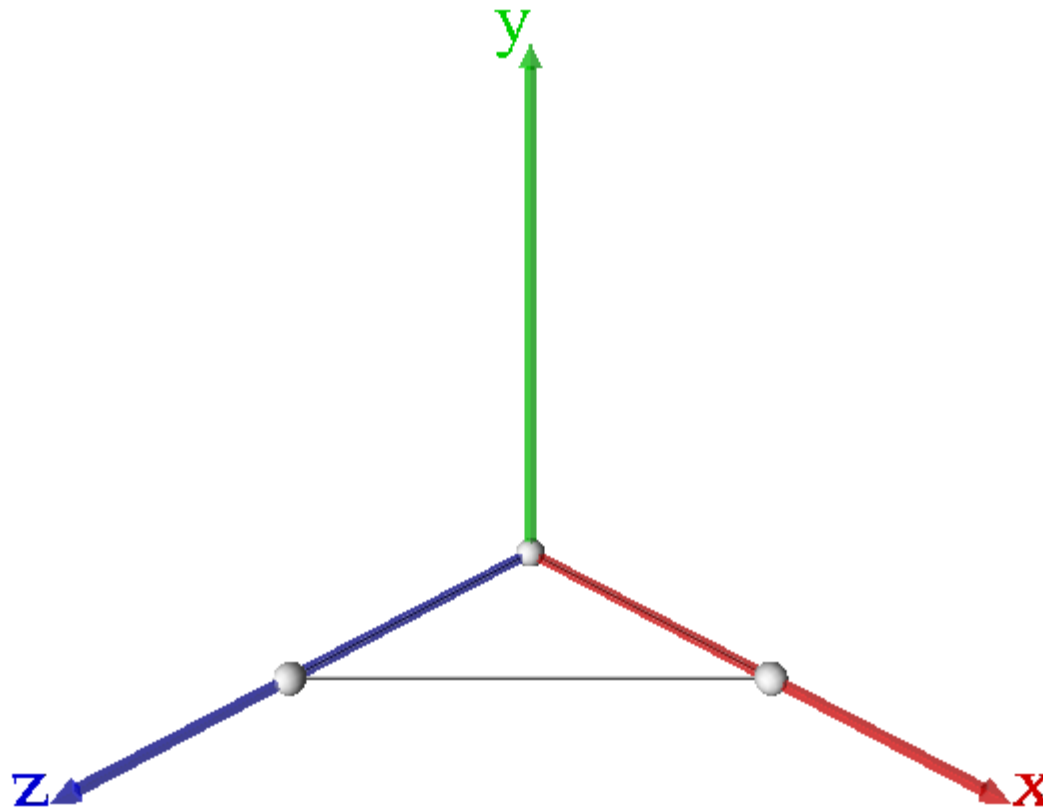
Spód piramidy

Trójkąty

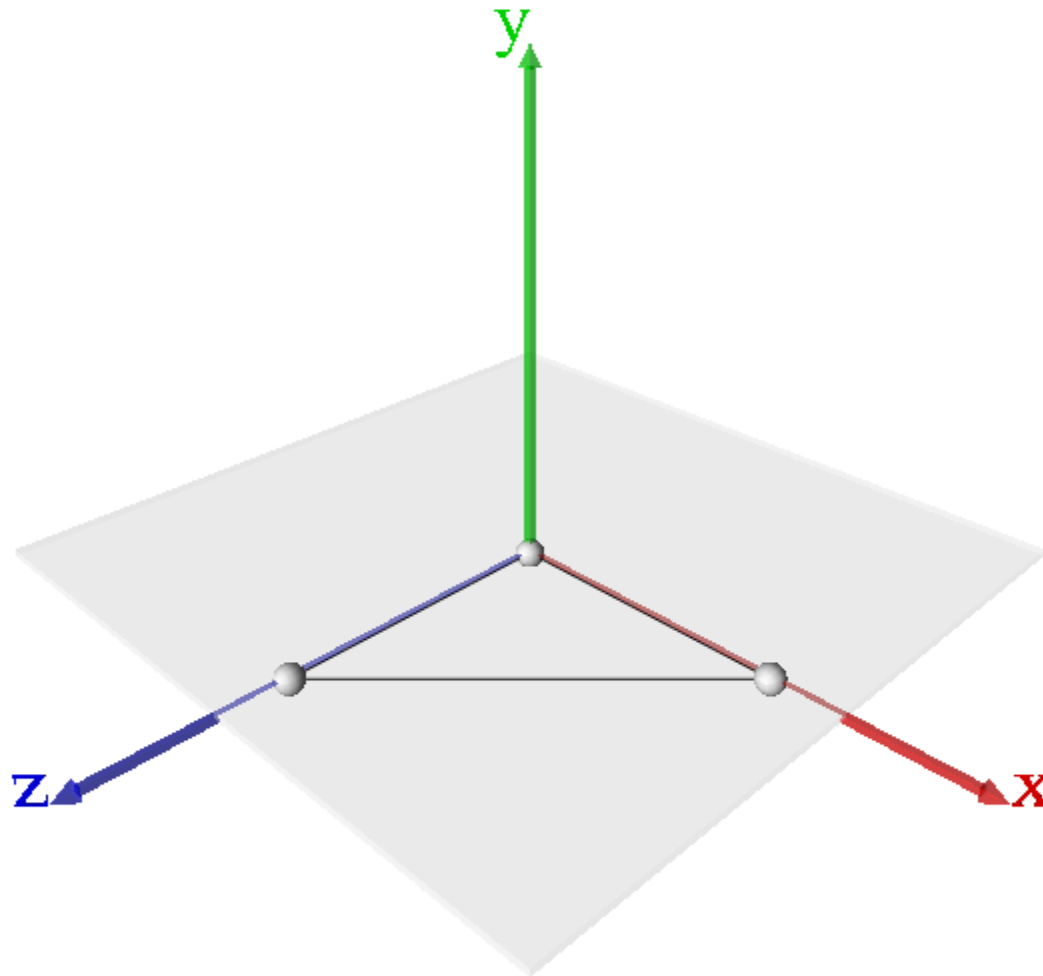


Spód piramidy

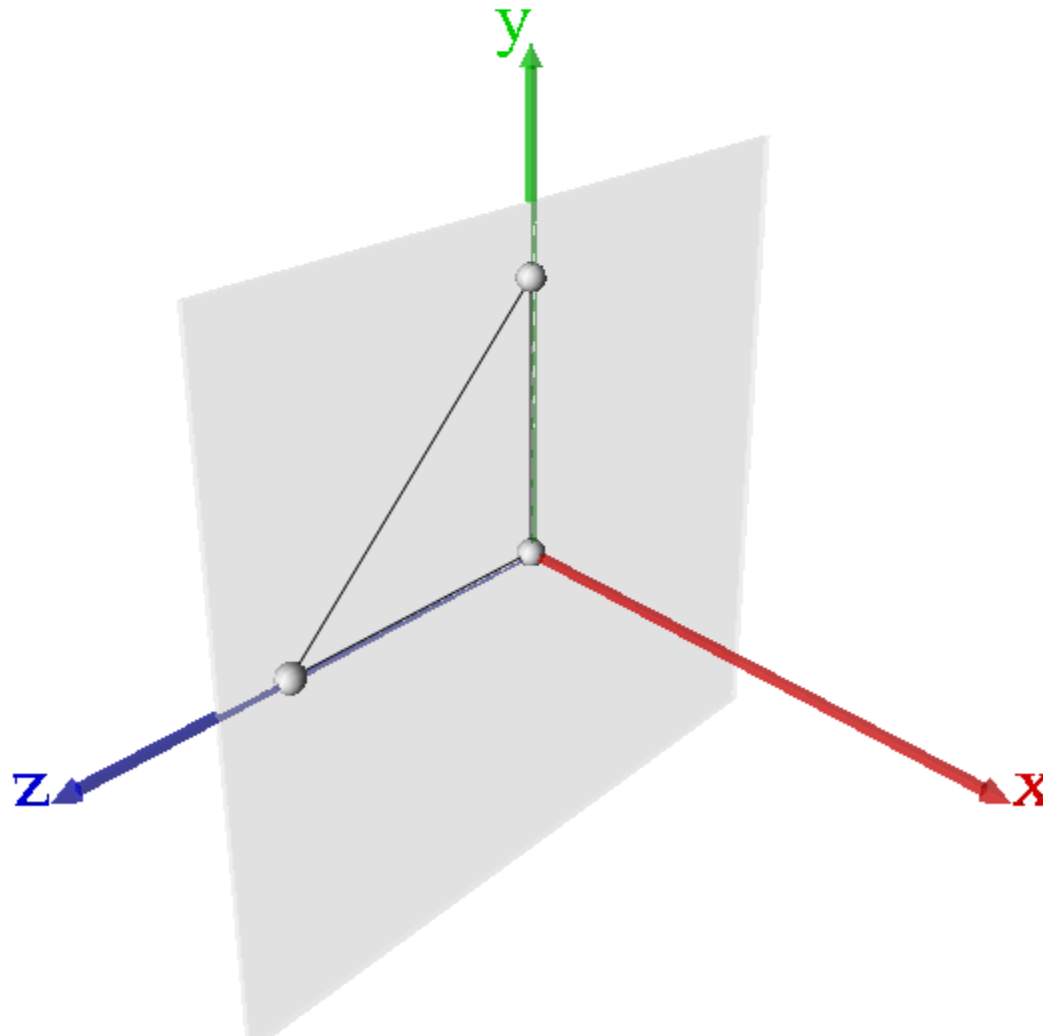
Trójkąty - współpłaszczyznowość



Trójkąty - współpłaszczyznowość



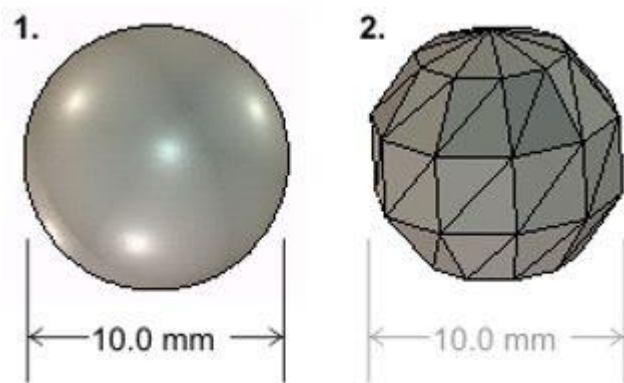
Trójkąty - współpłaszczyznowość



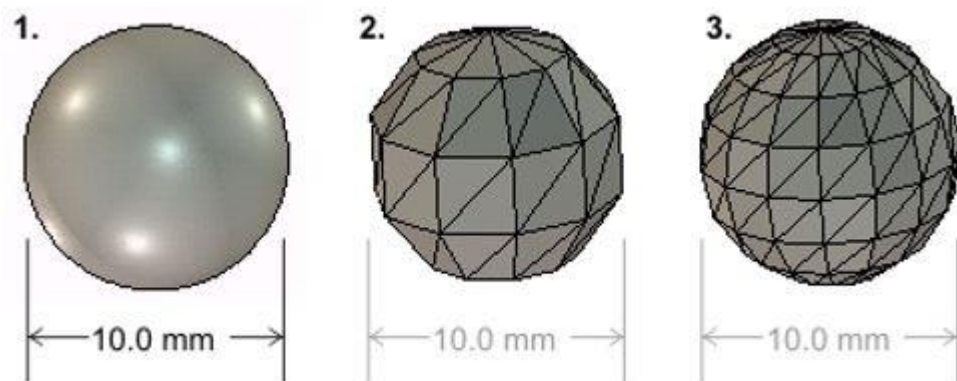
Aproksymacja kształtów trójkątami



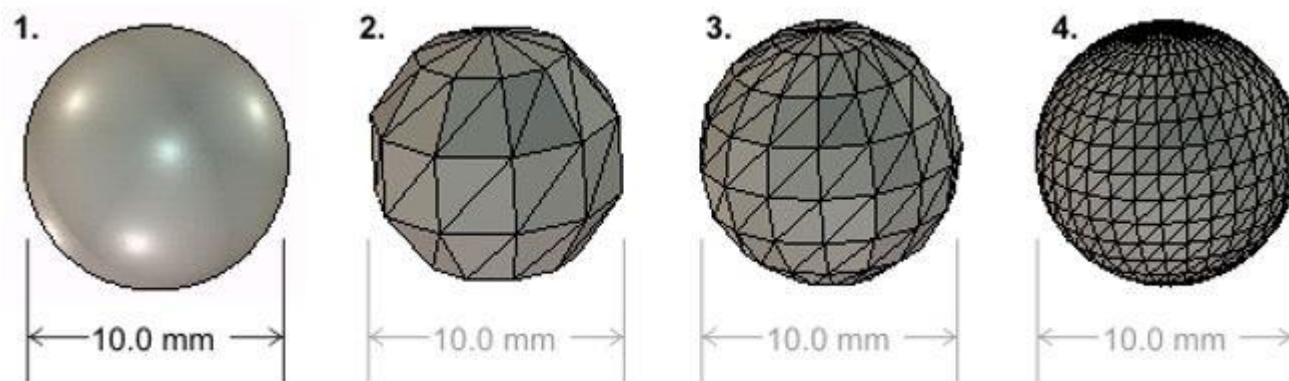
Aproksymacja kształtów trójkątami



Aproksymacja kształtów trójkątami



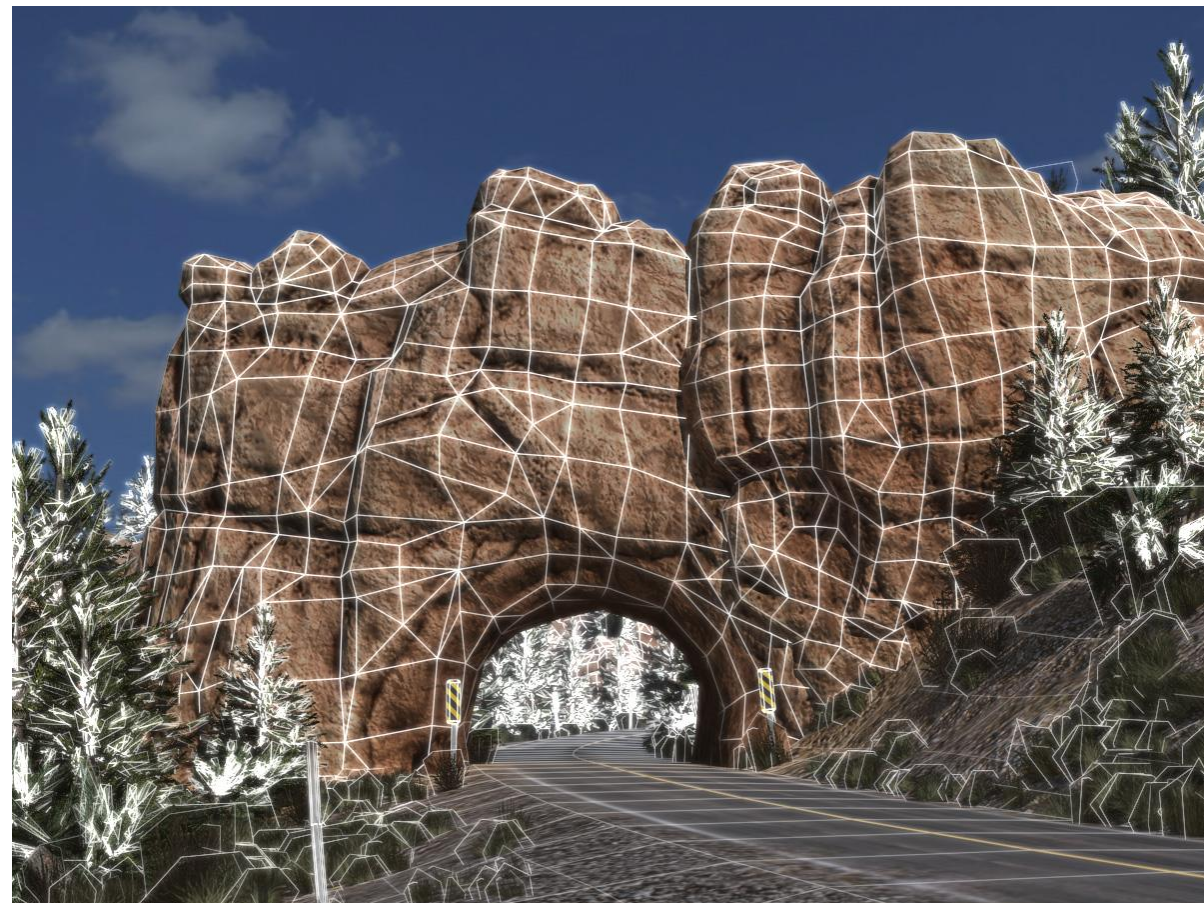
Aproksymacja kształtów trójkątami



Wszechświat z wielokątów (trójkątów)



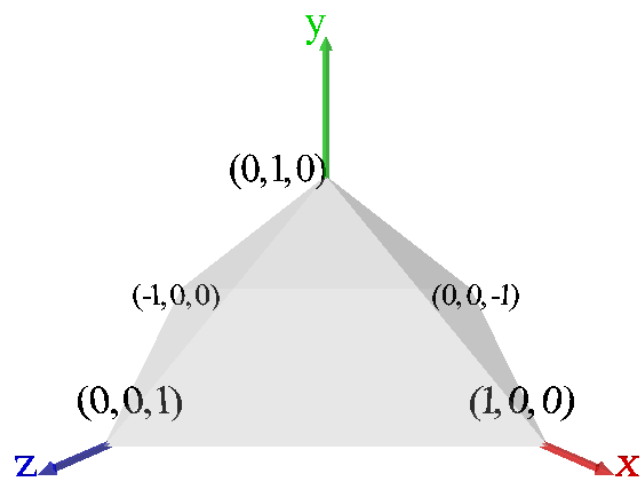
Wszechświat z wielokątów (trójkątów)



Przemieszczanie wierzchołków?

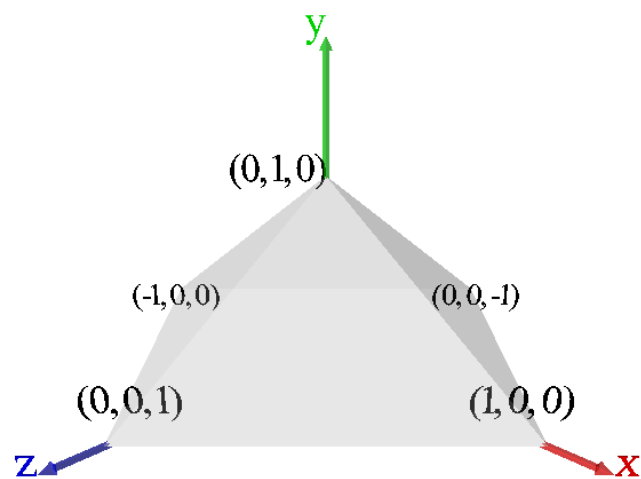


Przemieszczanie wierzchołków - Transformacje

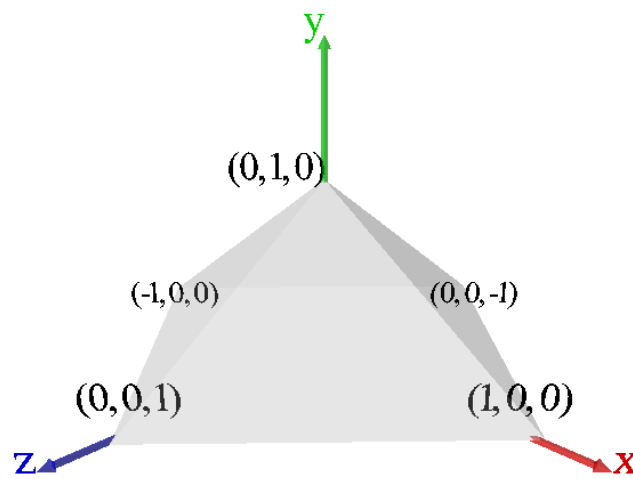


Skalowanie

Przemieszczanie wierzchołków - Transformacje

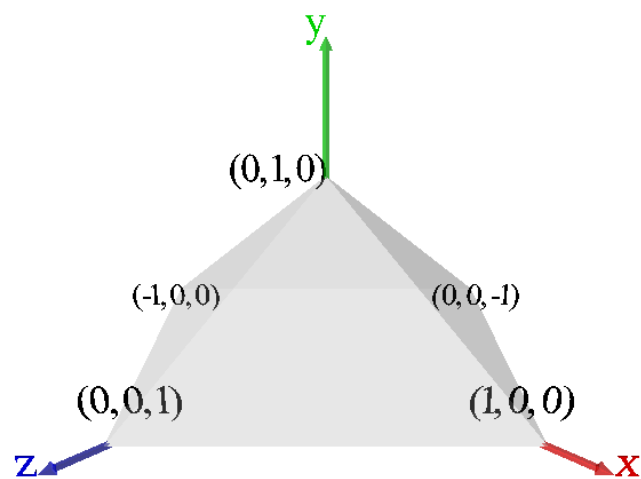


Skalowanie

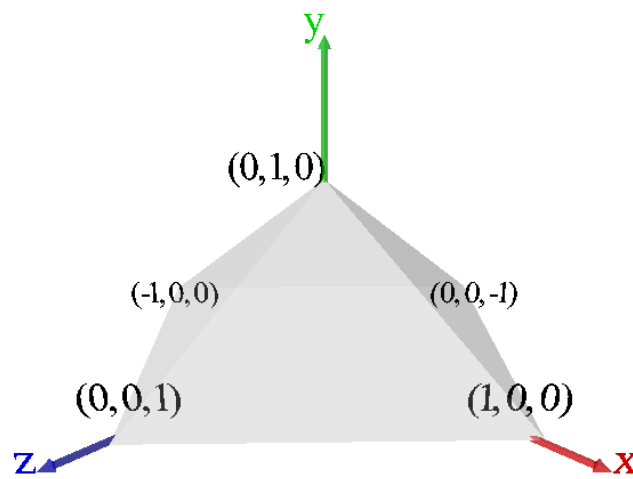


Rotacja

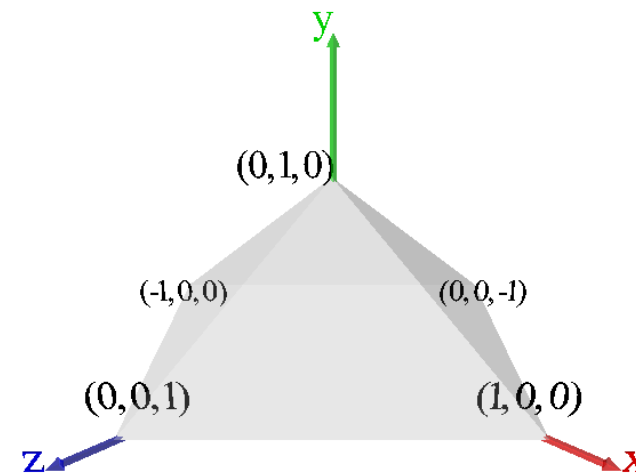
Przemieszczanie wierzchołków - Transformacje



Skalowanie



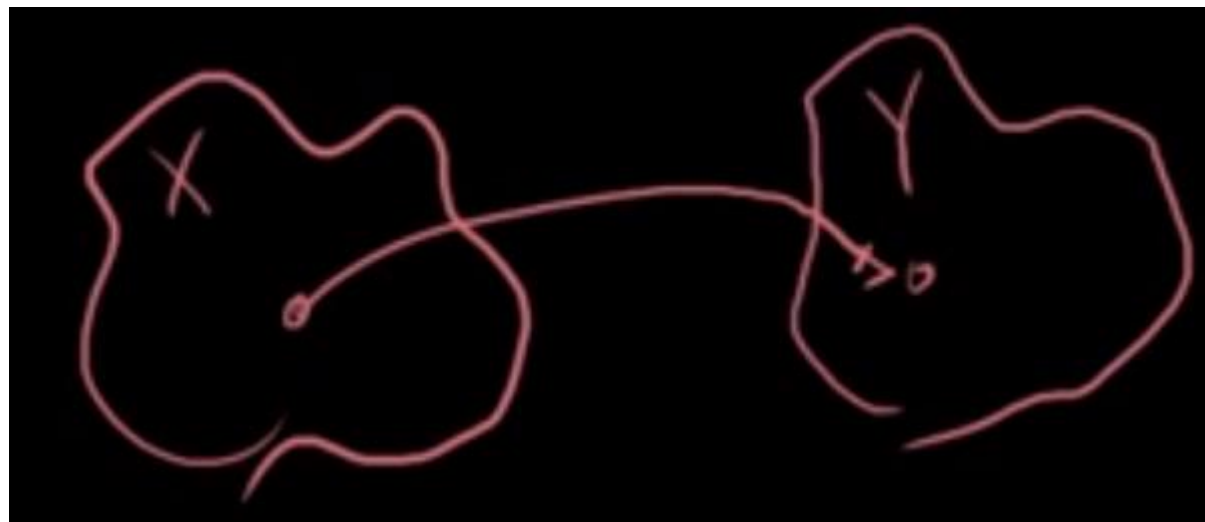
Rotacja



Translacja

Transformacja

- $f: X \rightarrow Y$

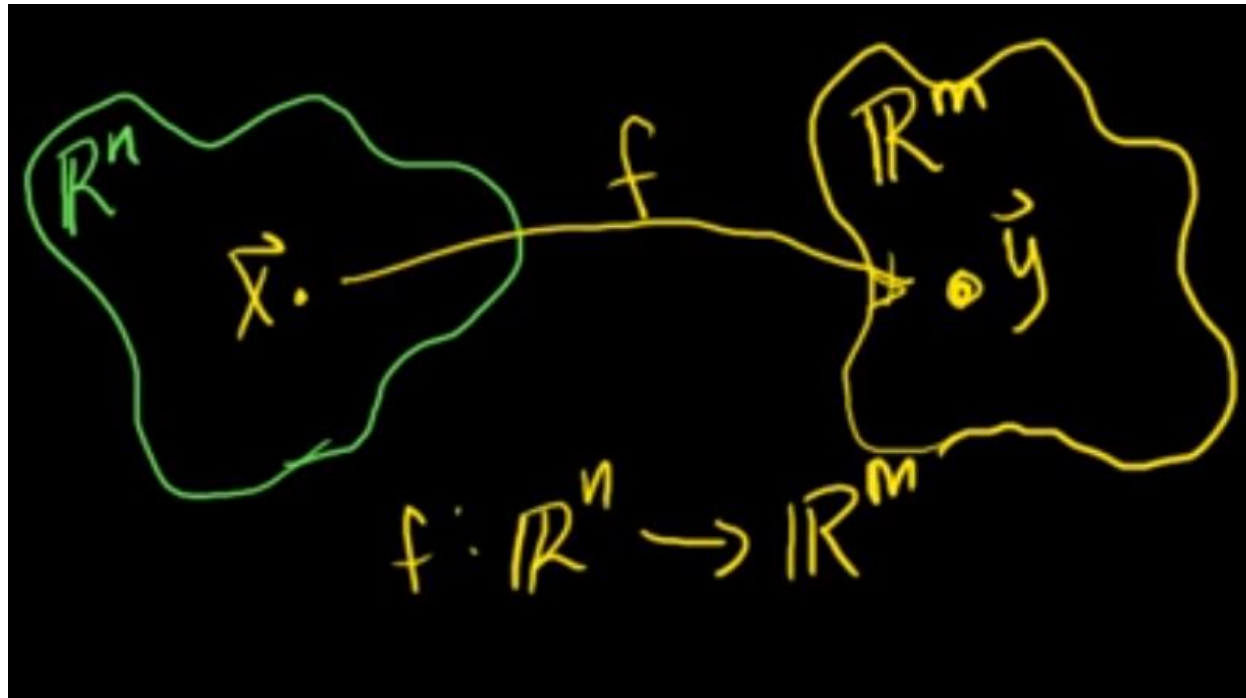


Transformacja

- $f: X \rightarrow Y$

Funkcje o wartościach wektorowych

$$\mathbb{R}^n = \{(x_1, \dots, x_n) : x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}\}$$



Transformacja - przykład

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

Transformacja - przykład

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$f\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 \\ 3x_3 \end{bmatrix}$$

Transformacja - przykład

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$f\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 \\ 3x_3 \end{bmatrix}$$

$$f\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right)$$

Transformacja - przykład

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$f\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 \\ 3x_3 \end{bmatrix}$$

$$f\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 + 2 \cdot 1 \\ 3 \cdot 1 \end{bmatrix}$$

Transformacja - przykład

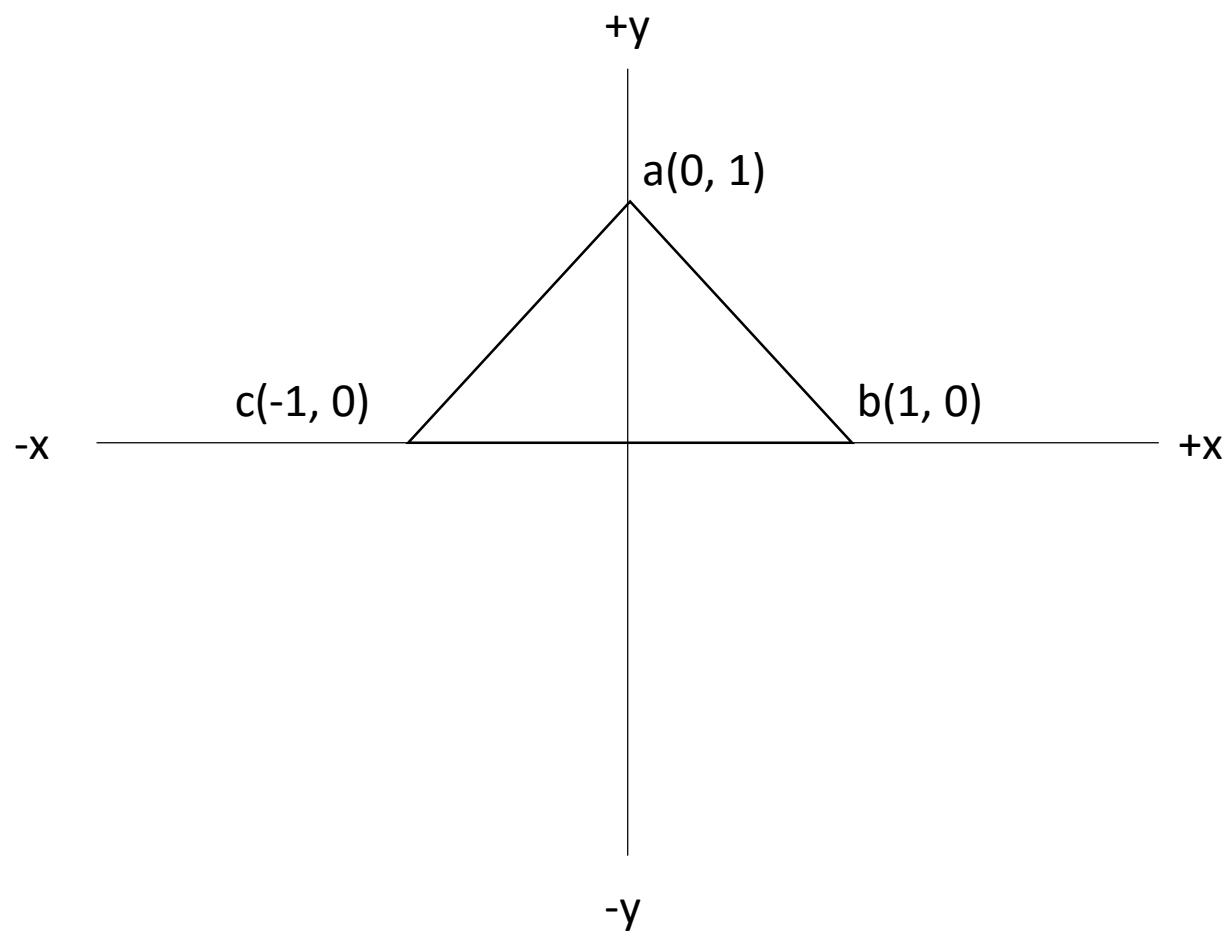
$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$f\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 \\ 3x_3 \end{bmatrix}$$

$$f\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 + 2 \cdot 1 \\ 3 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

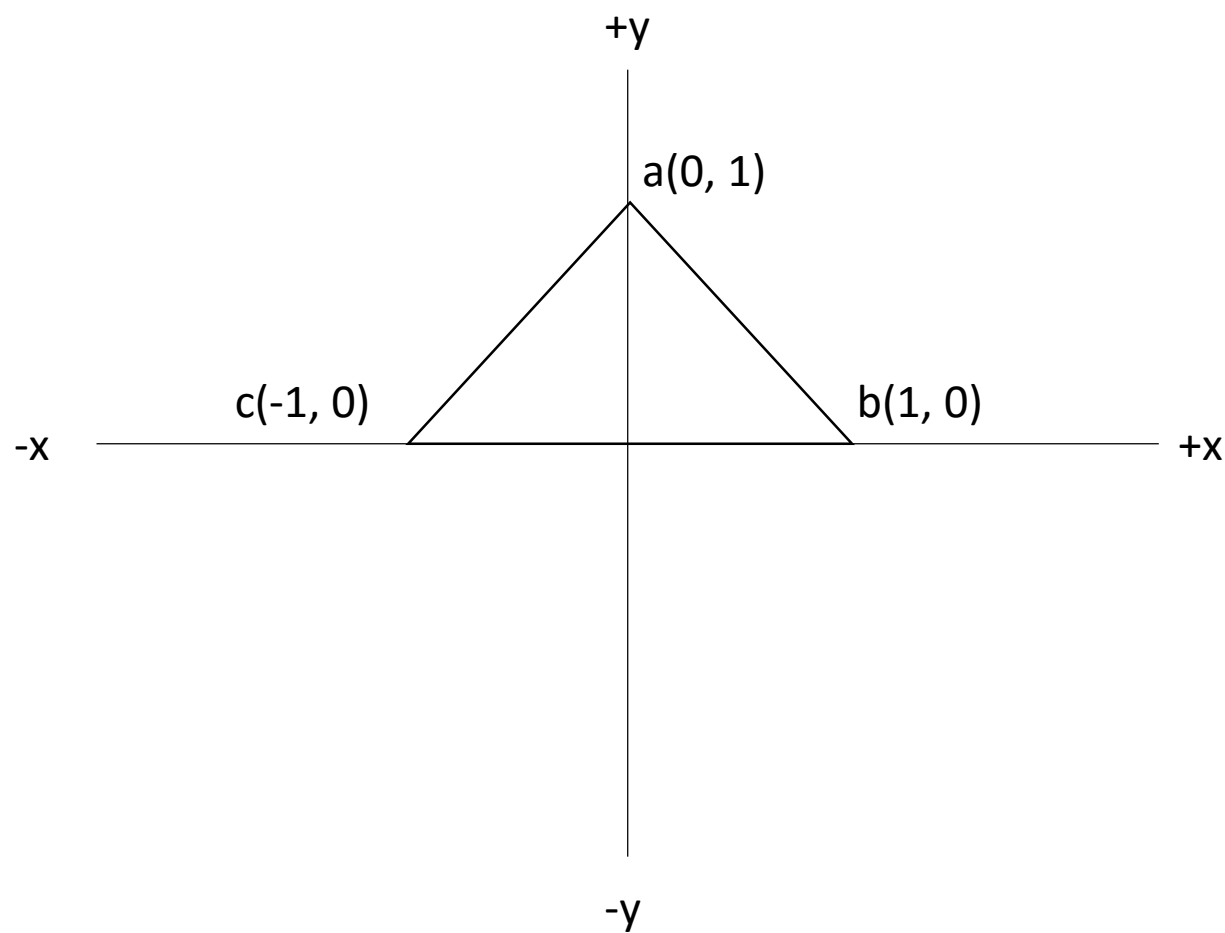
Skalowanie

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x \cdot s_x \\ y \cdot s_y \end{bmatrix}$$



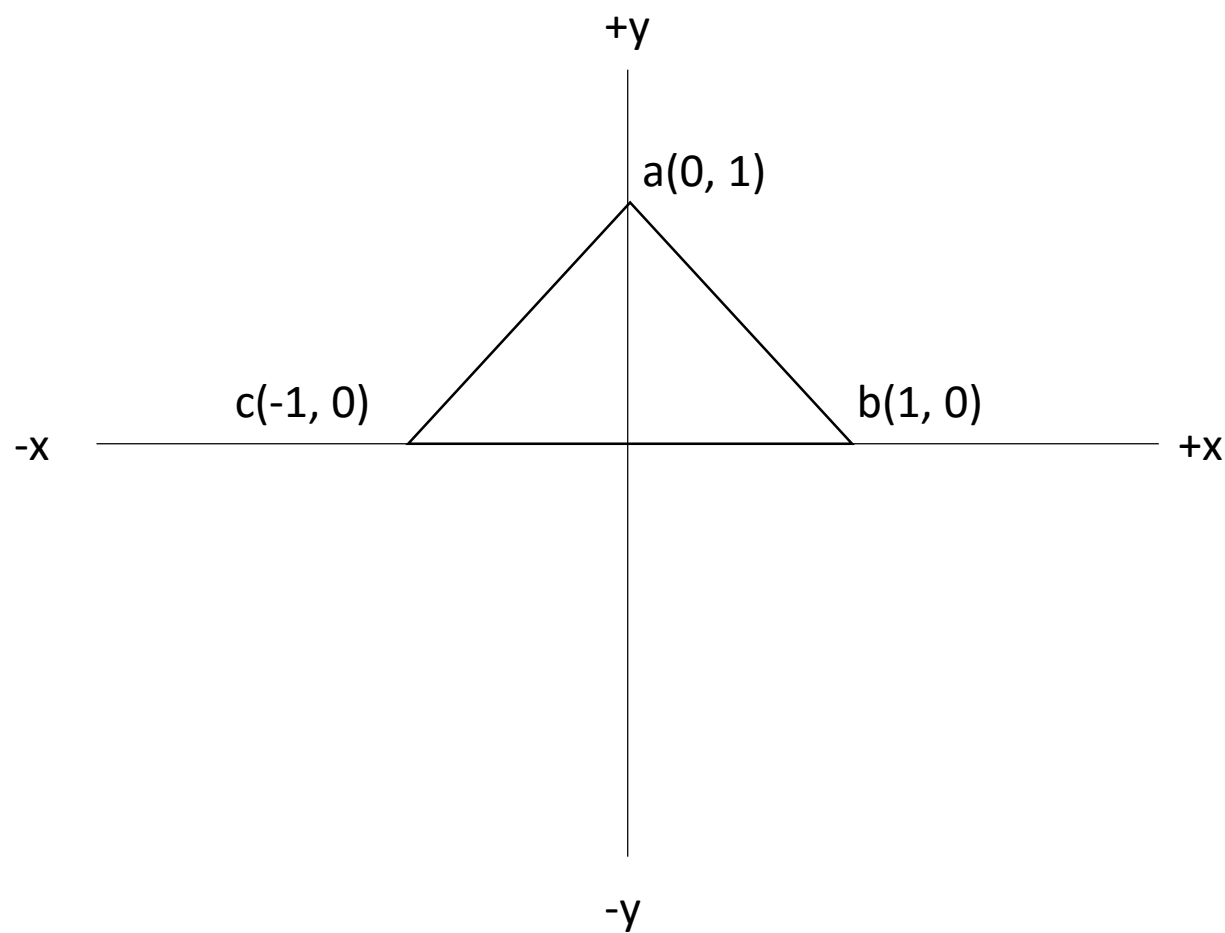
Skalowanie

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x \cdot 2 \\ y \cdot 1 \end{bmatrix}$$



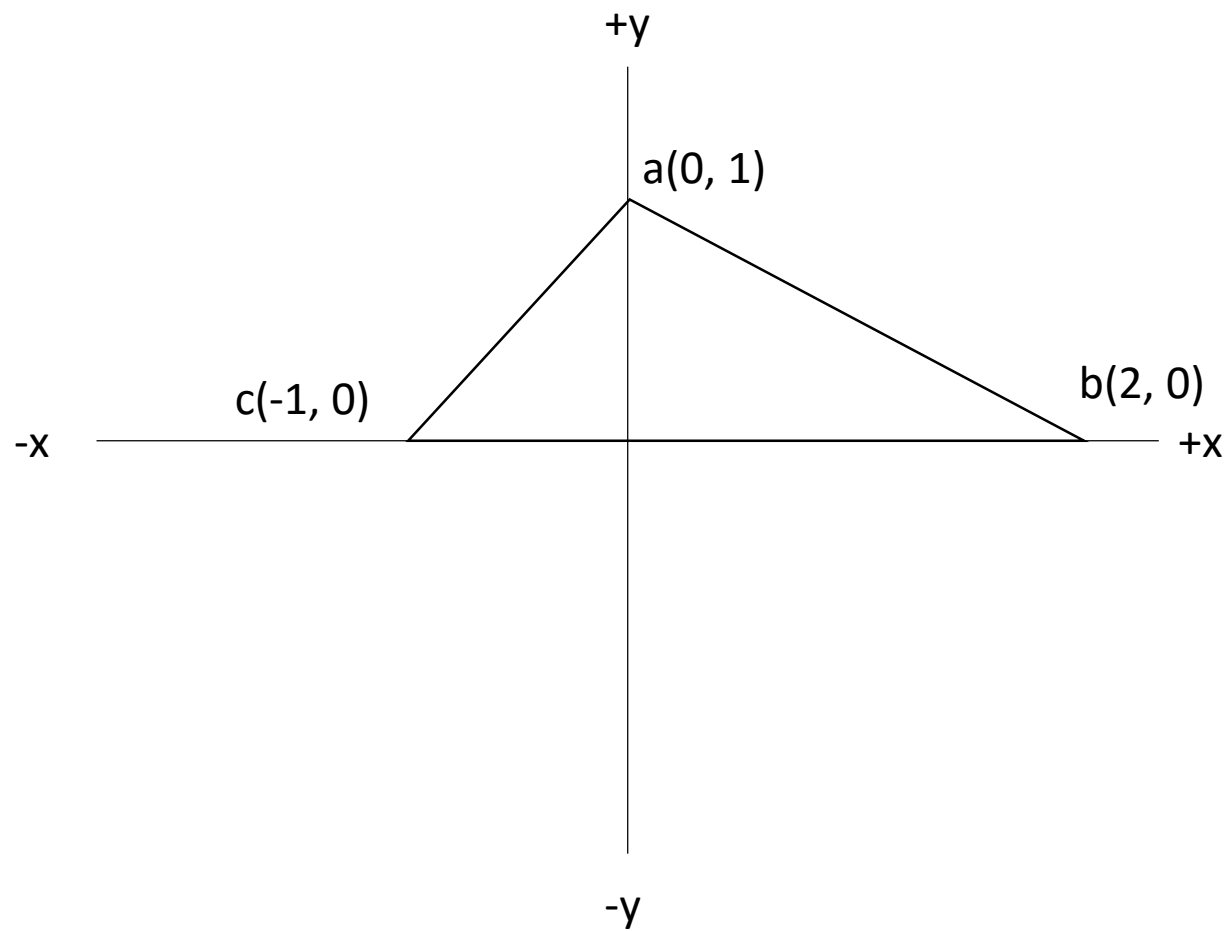
Skalowanie

$$f(\vec{b}) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix}$$



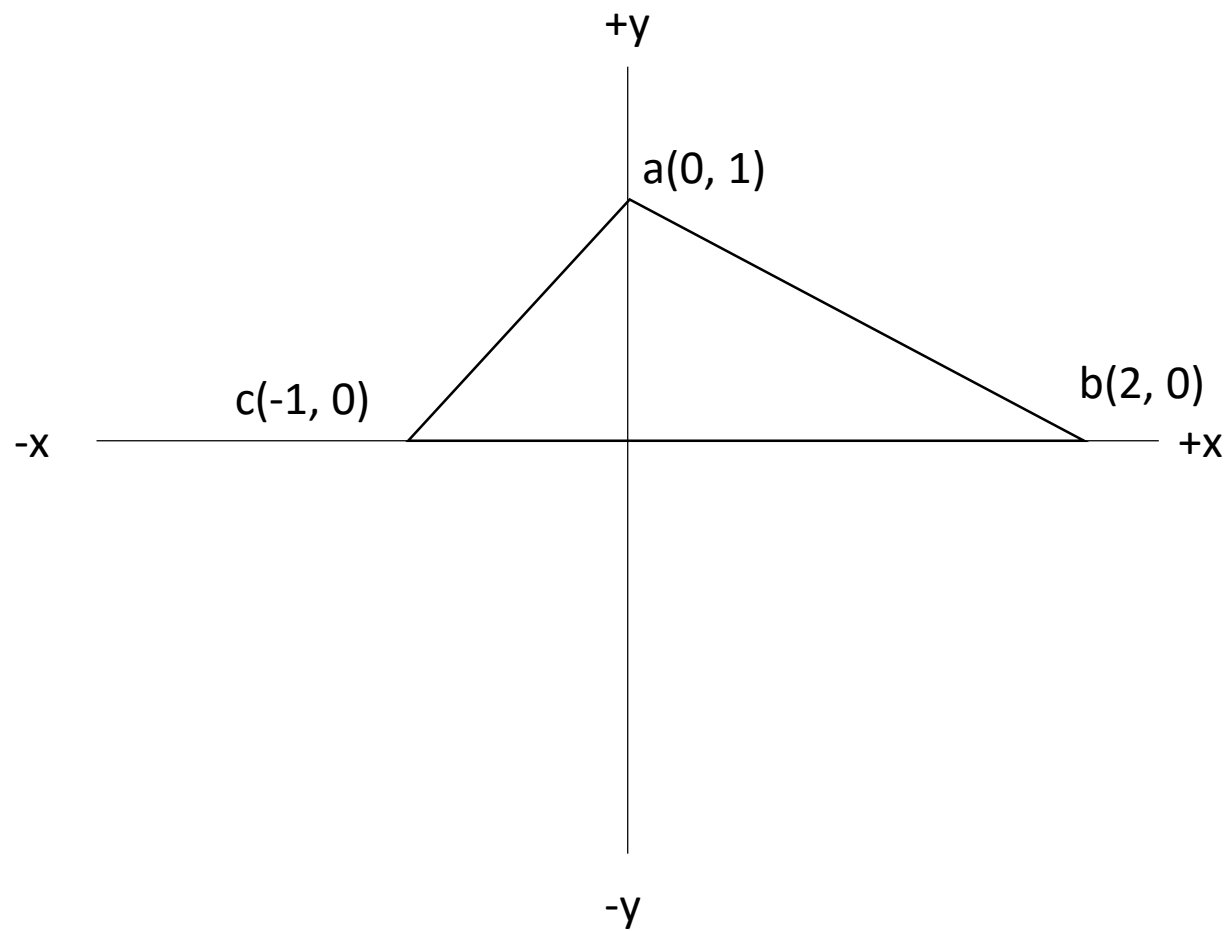
Skalowanie

$$f(\vec{b}) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix}$$



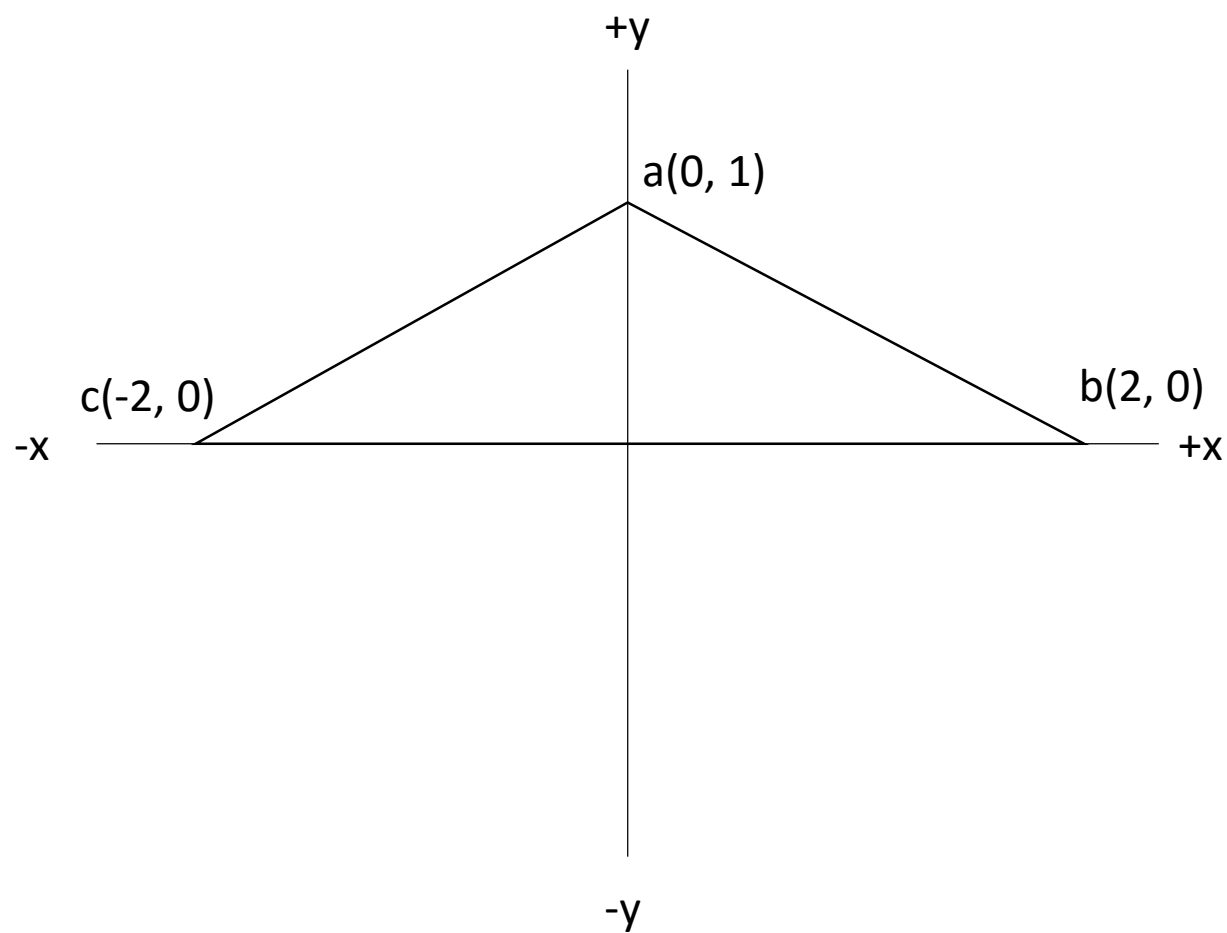
Skalowanie

$$f(\vec{c}) = \begin{bmatrix} -1 \cdot 2 \\ 0 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$



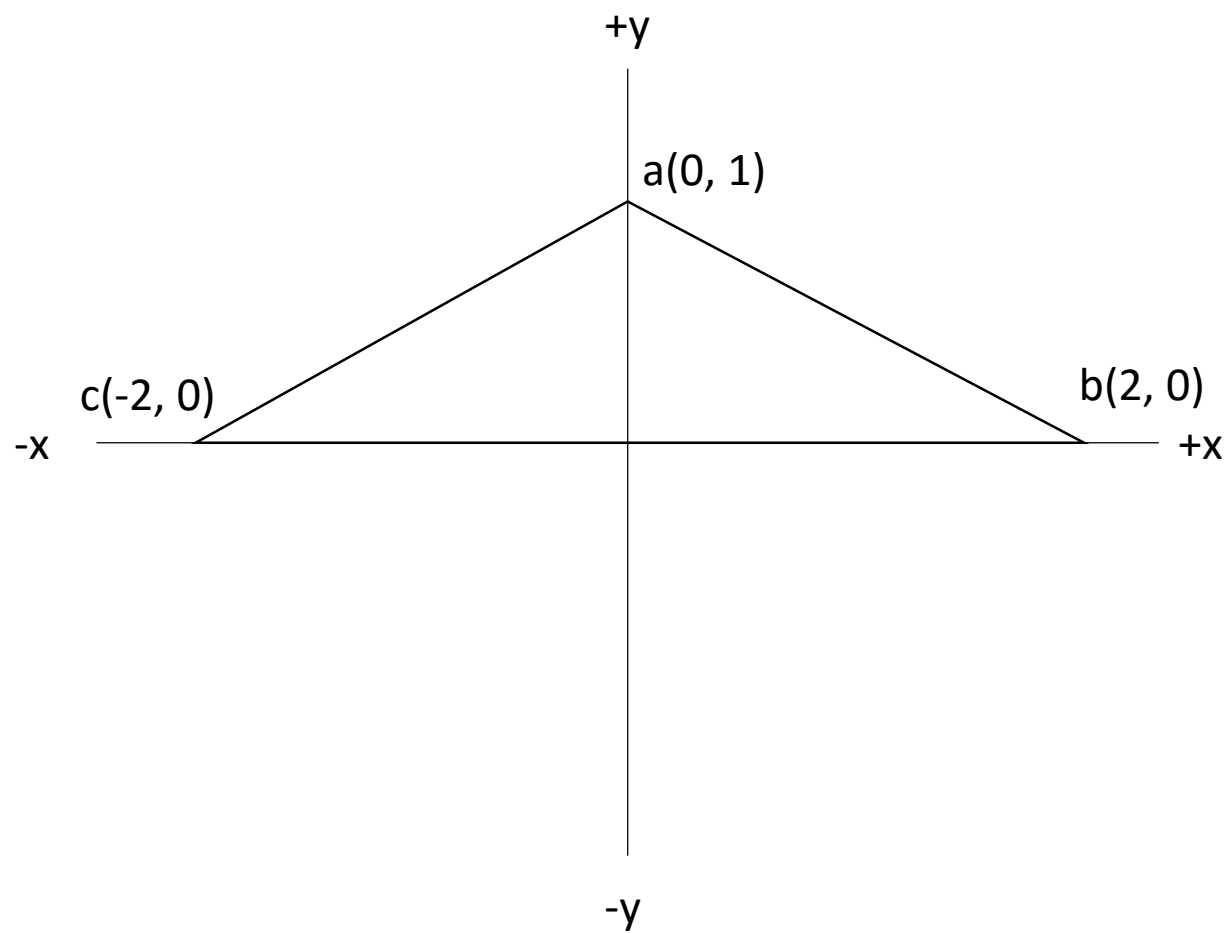
Skalowanie

$$f(\vec{c}) = \begin{bmatrix} -1 \cdot 2 \\ 0 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$



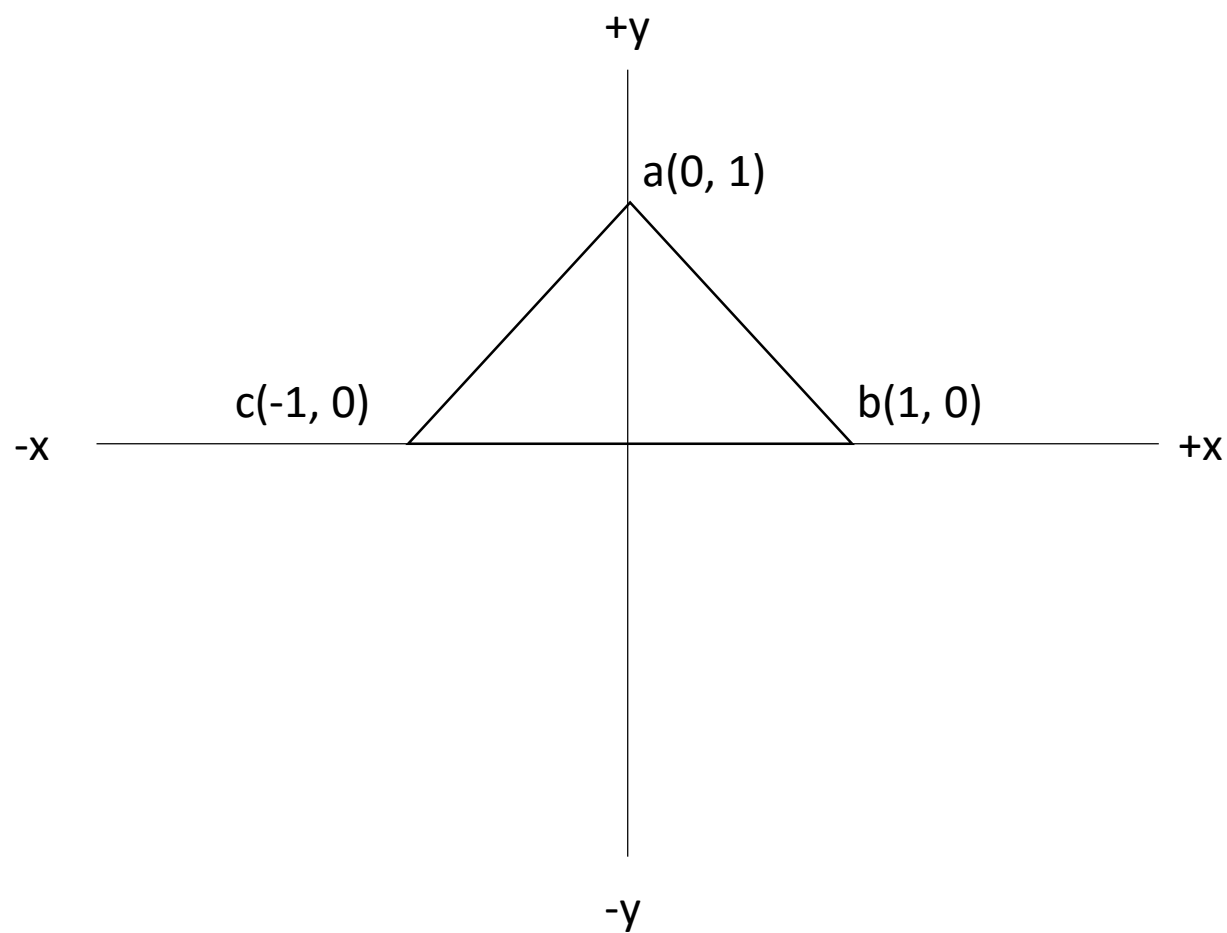
Skalowanie

$$f(\vec{a}) = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$



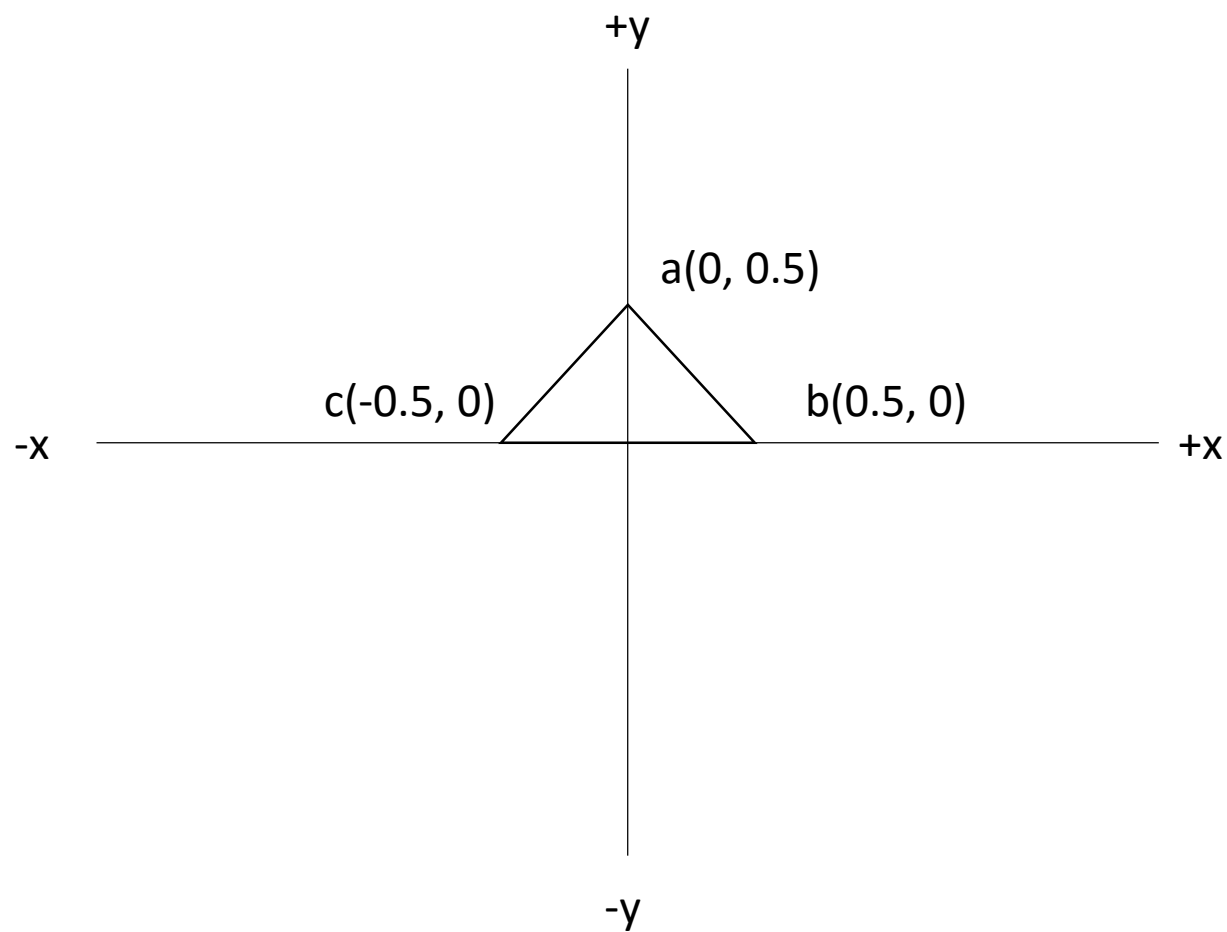
Skalowanie - XY

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x \cdot 0.5 \\ y \cdot 0.5 \end{bmatrix}$$



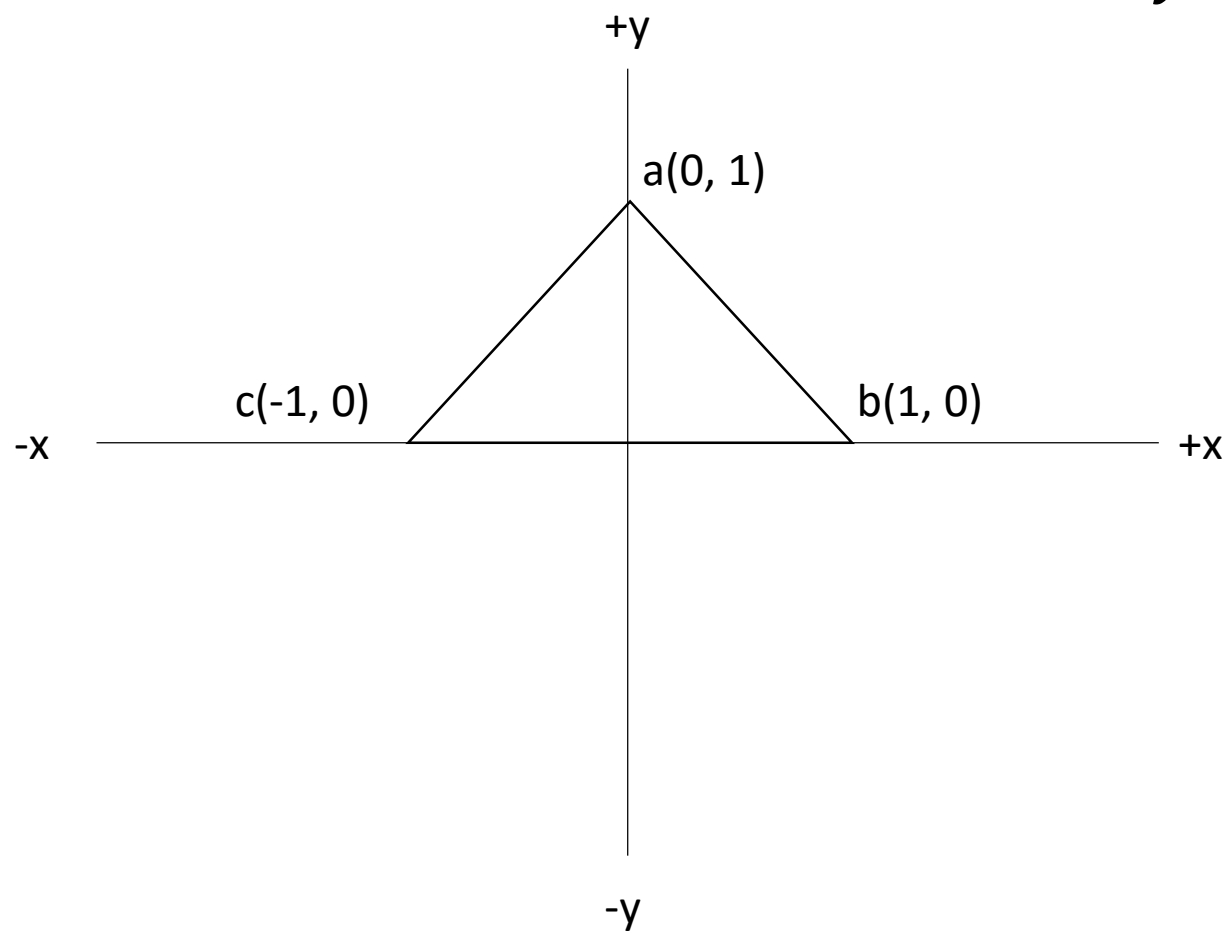
Skalowanie - XY

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x \cdot 0.5 \\ y \cdot 0.5 \end{bmatrix}$$



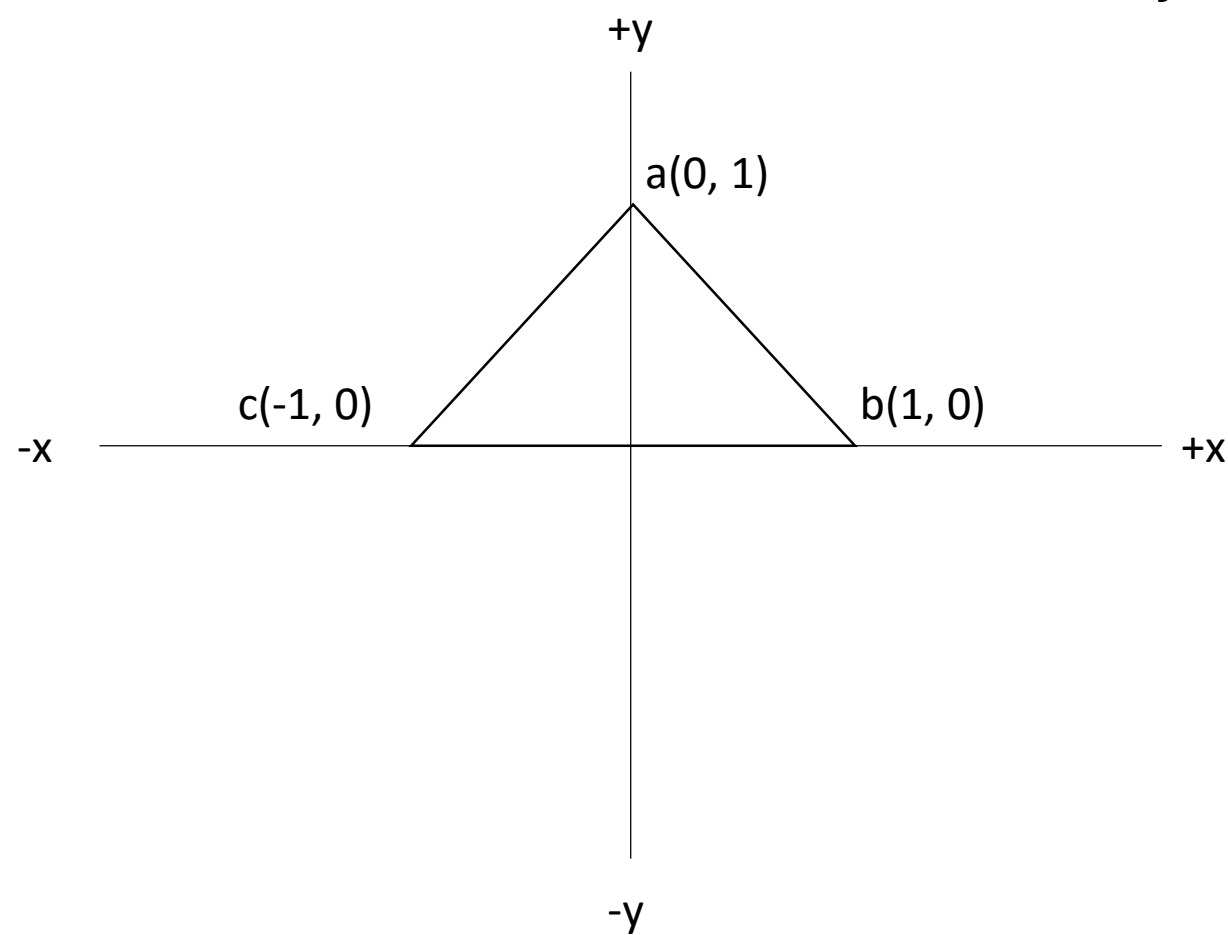
Translacja

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x + T_x \\ y + T_y \end{bmatrix}$$



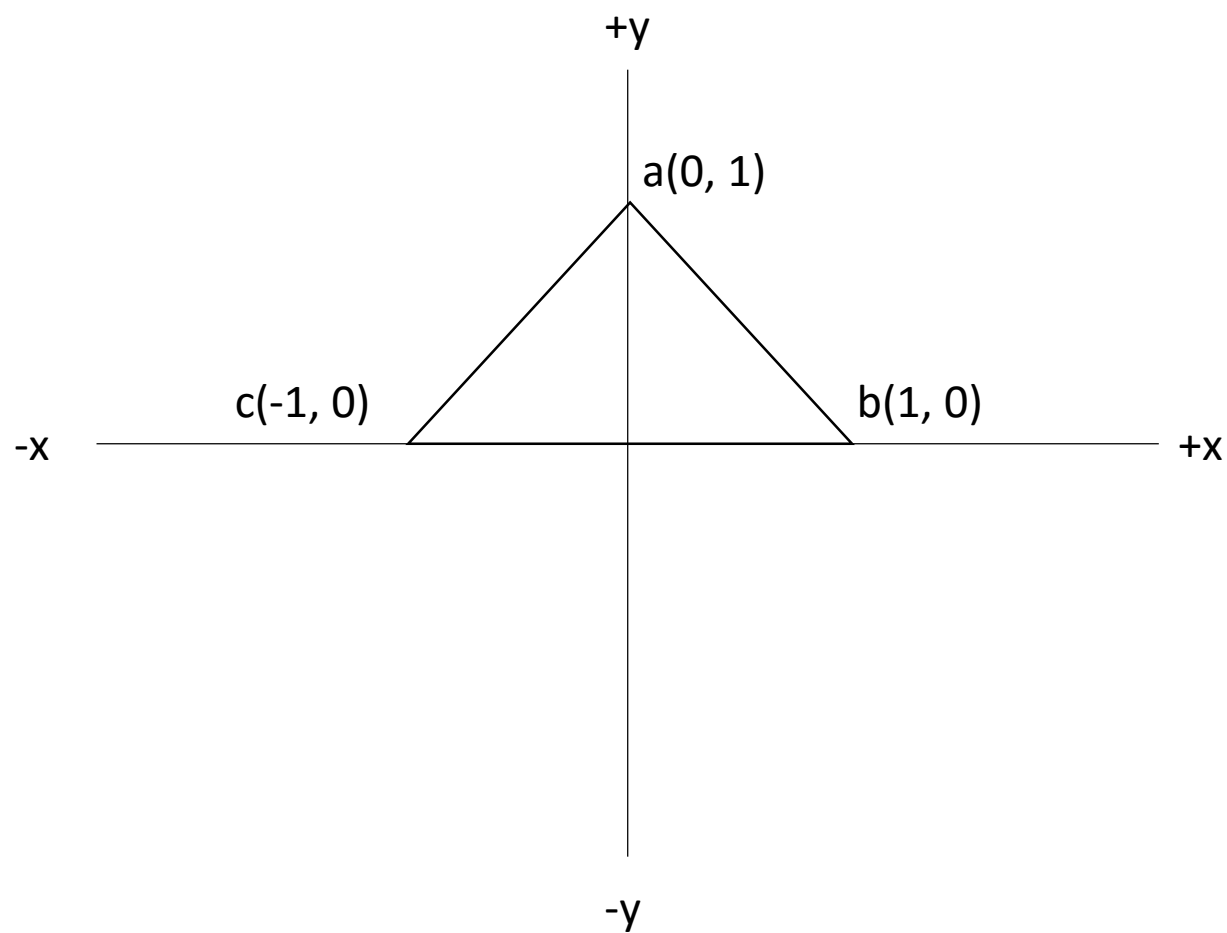
Translacja

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x + 1 \\ y \end{bmatrix}$$



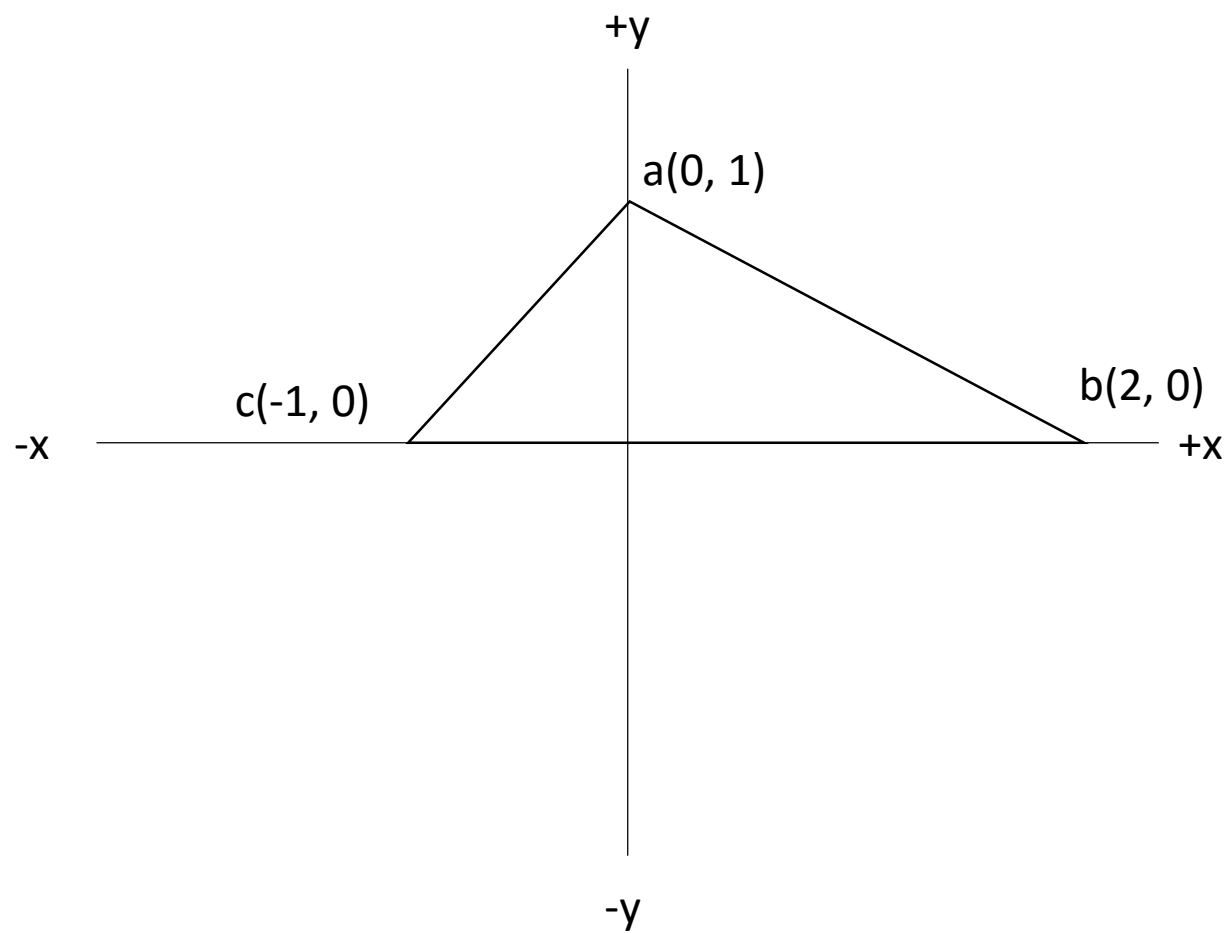
Translacja

$$f(\vec{b}) = \begin{bmatrix} x + 1 \\ y \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix}$$



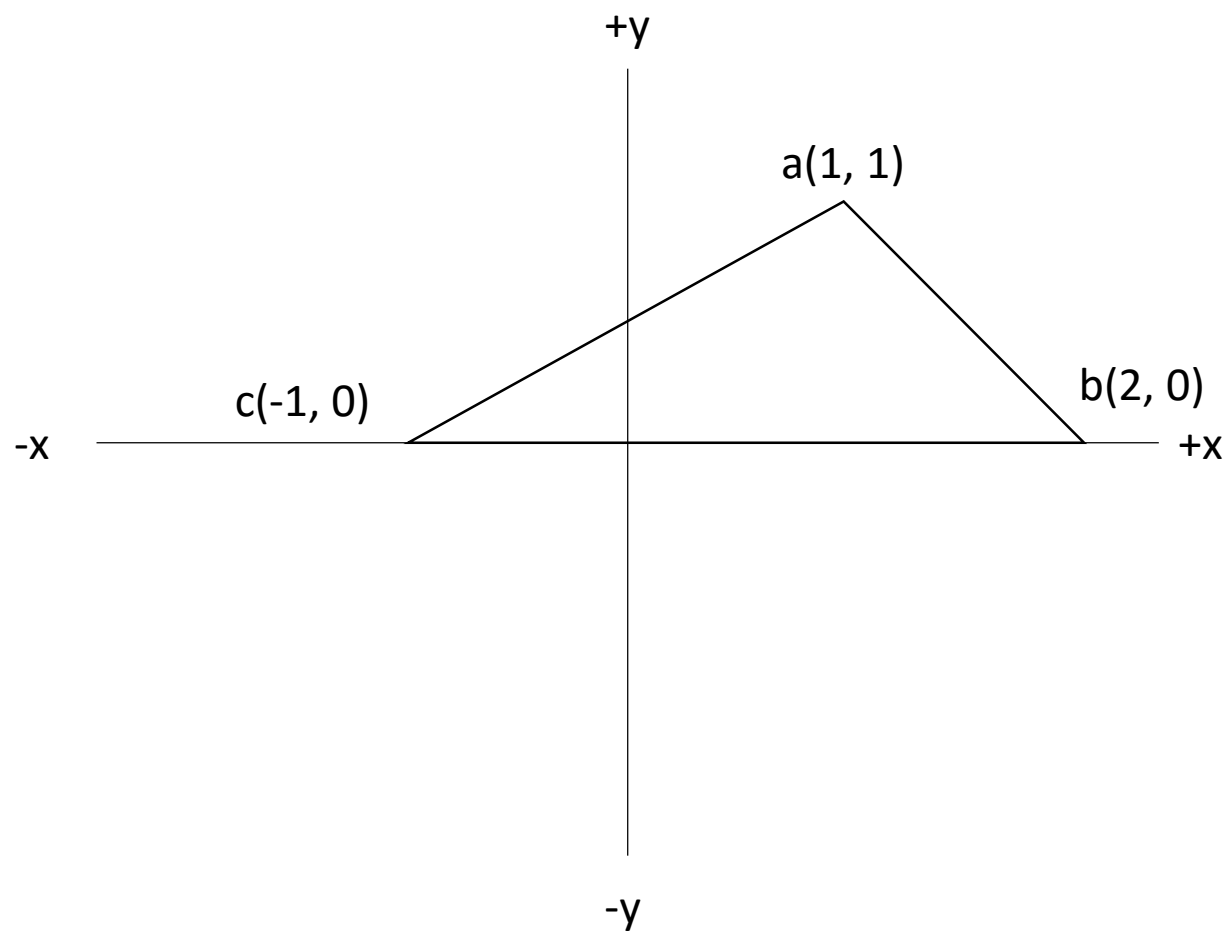
Translacja

$$f(\vec{b}) = \begin{bmatrix} 1 & + & 1 \\ 0 & & \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix}$$



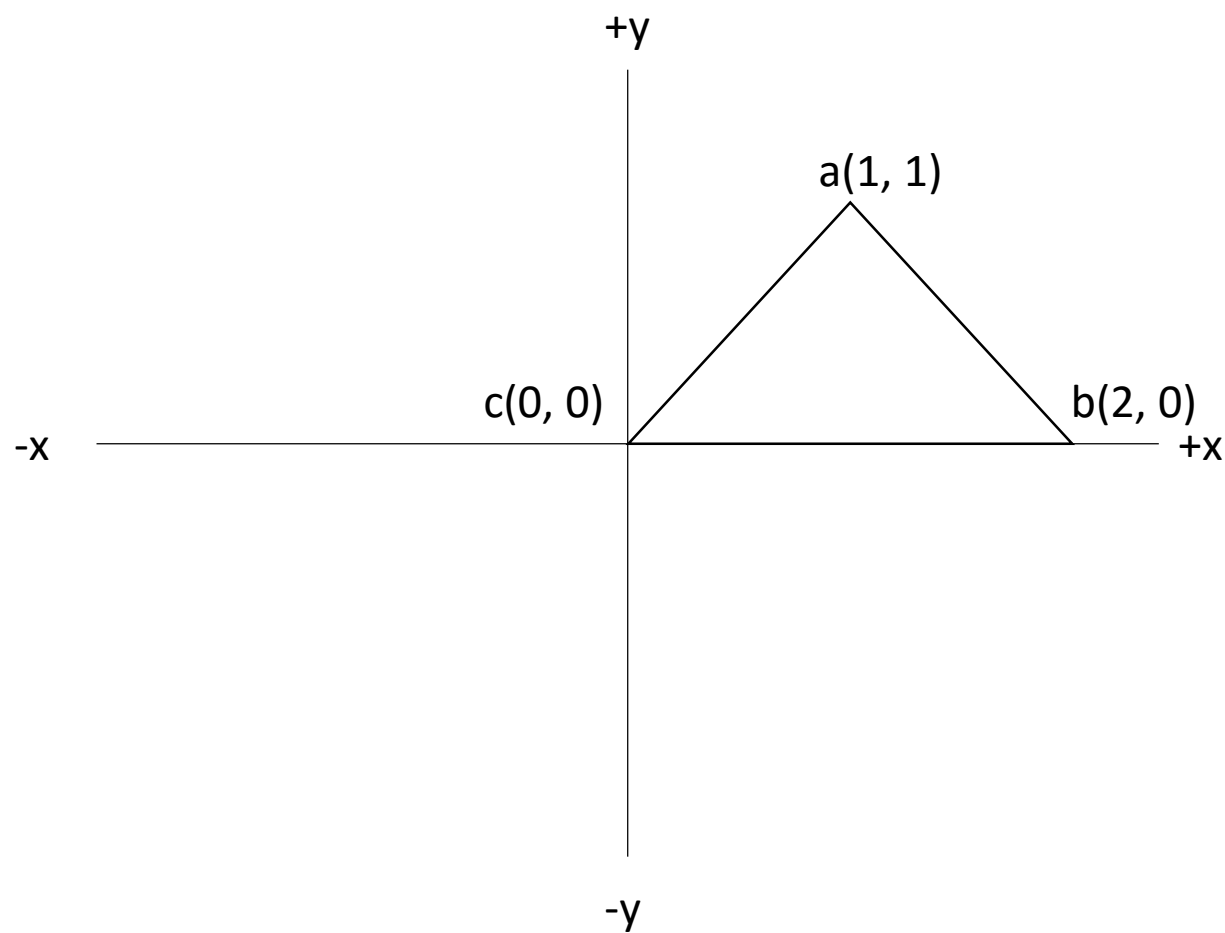
Translacja

$$f(\vec{a}) = \begin{bmatrix} 0 & + & 1 \\ 1 & & \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$



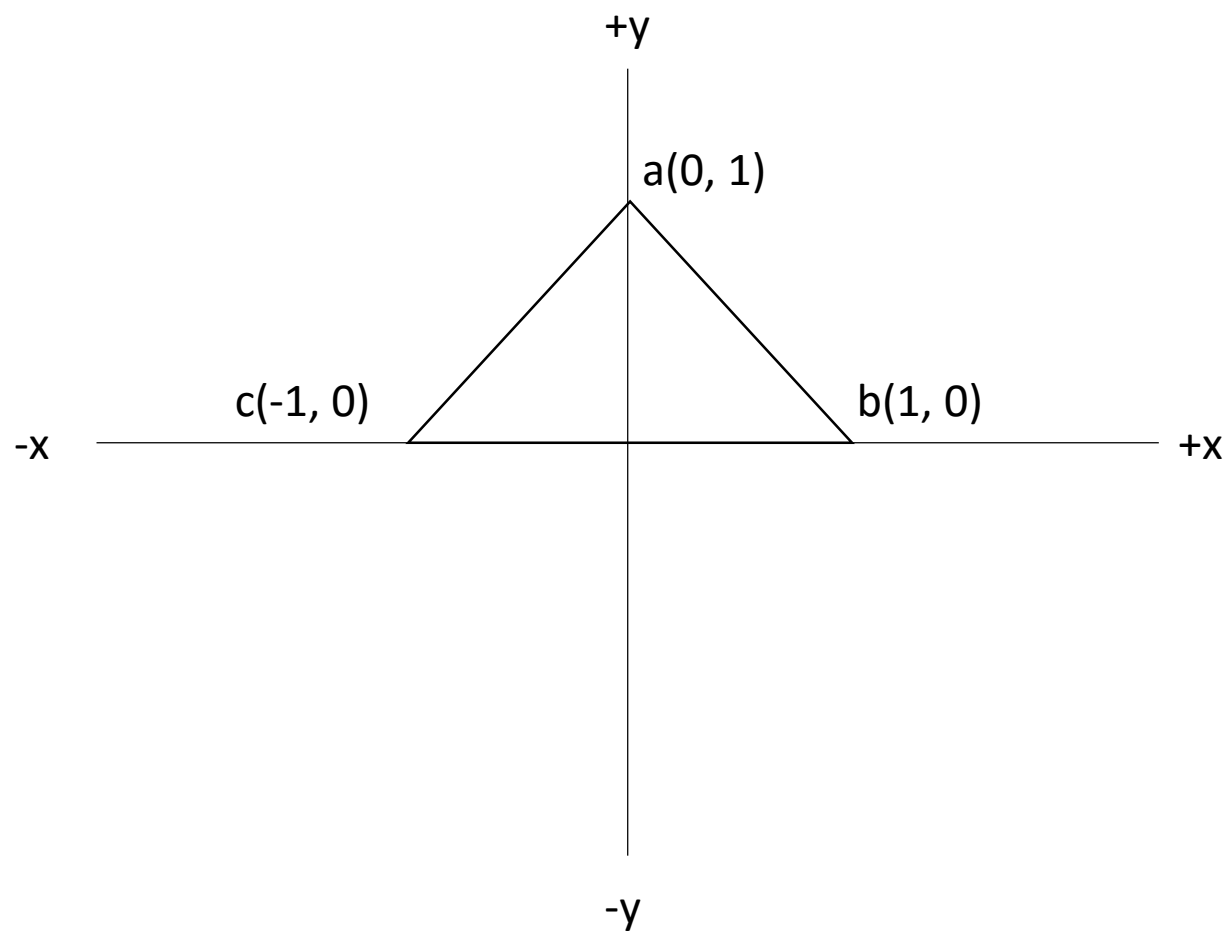
Translacja

$$f(\vec{c}) = \begin{bmatrix} -1 & +1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$



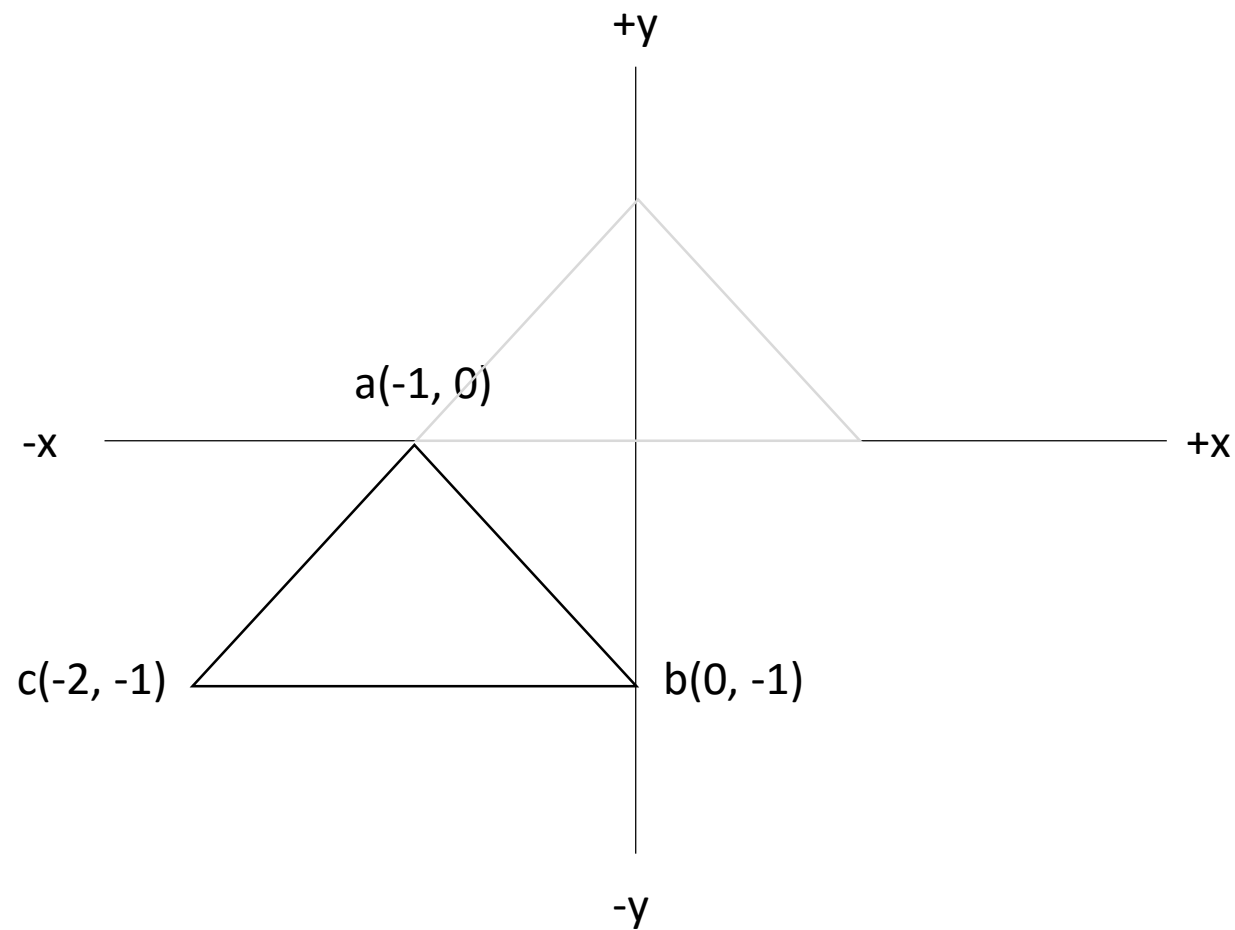
Translacja - XY

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x - 1 \\ y - 1 \end{bmatrix}$$

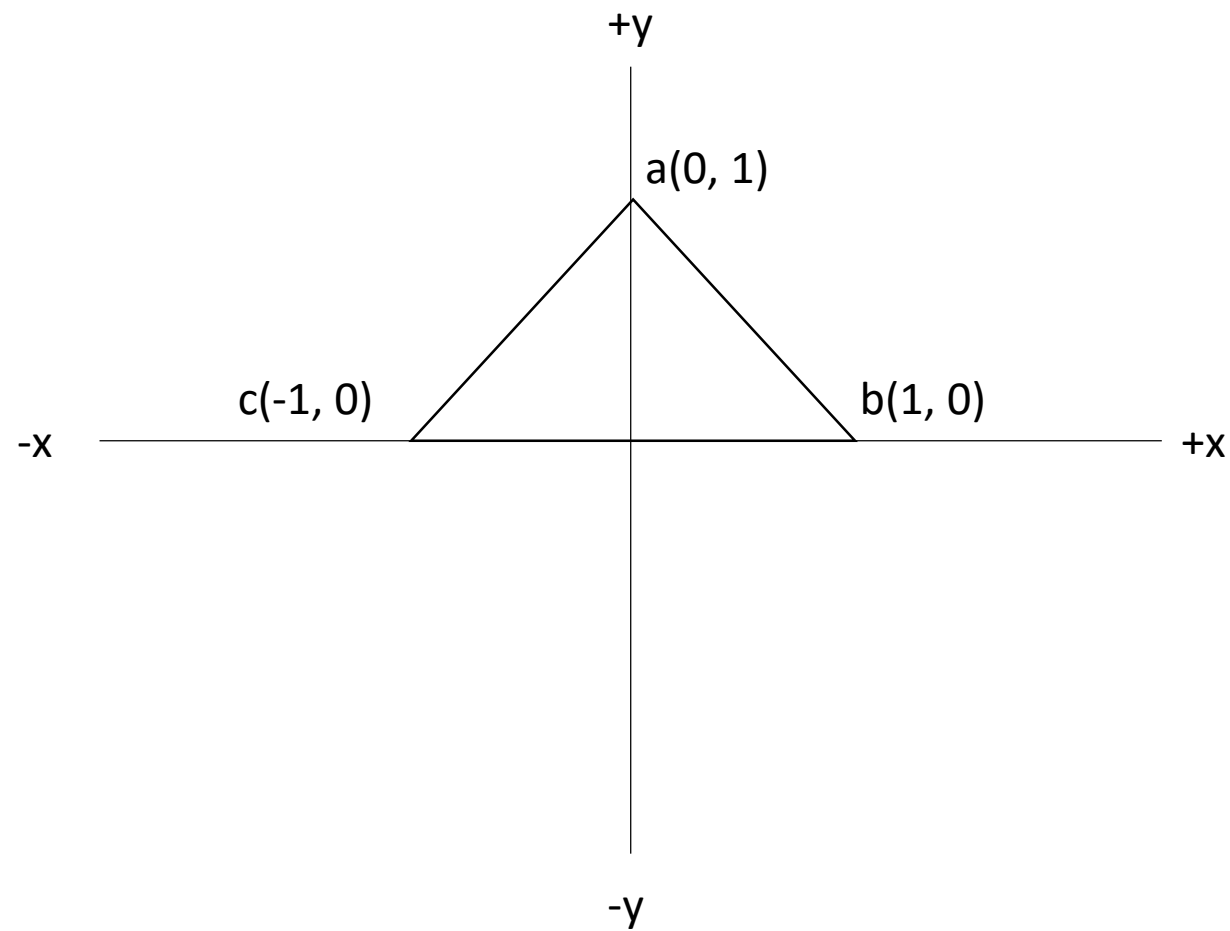


Translacja - XY

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x - 1 \\ y - 1 \end{bmatrix}$$

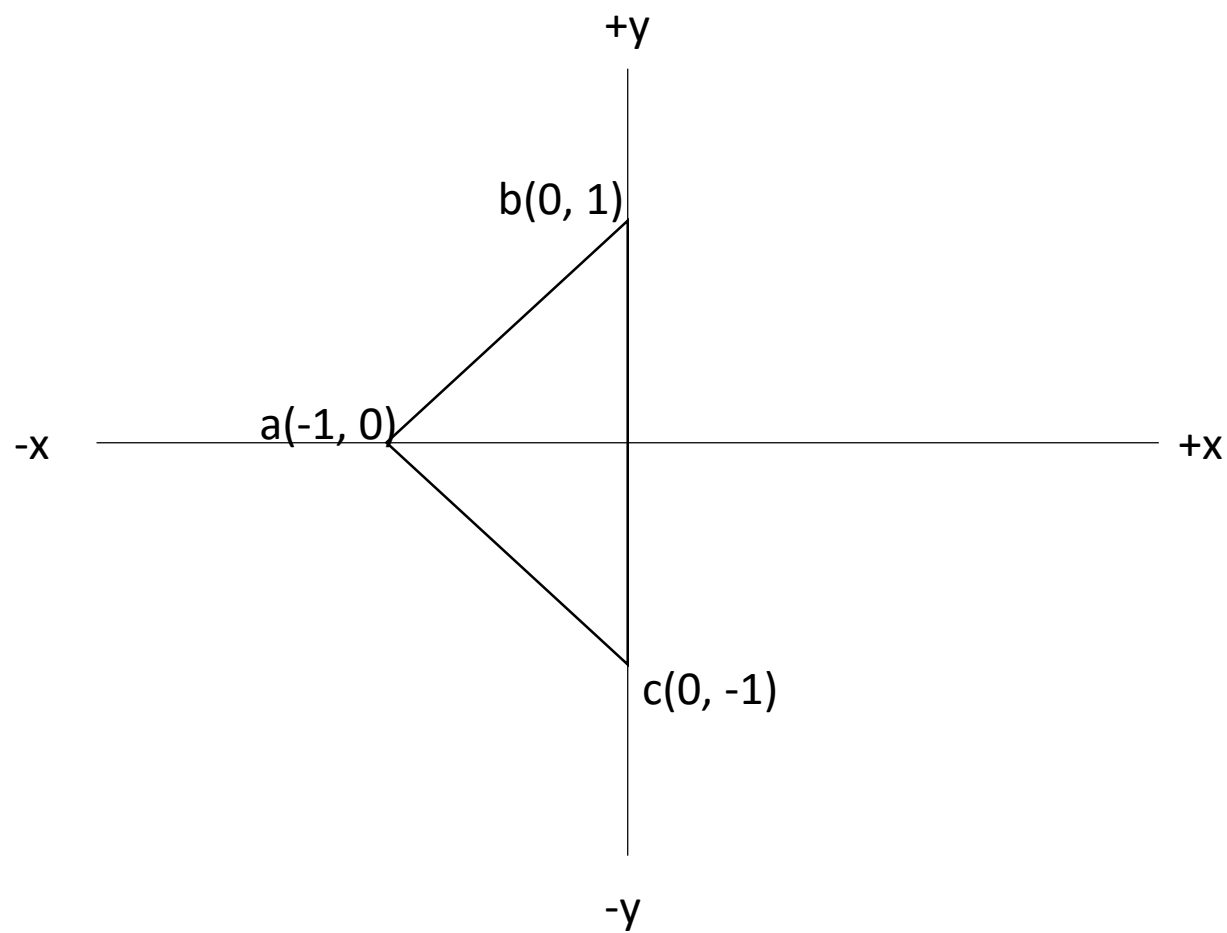


Rotacja



Rotacja

$$\delta = 90^\circ$$

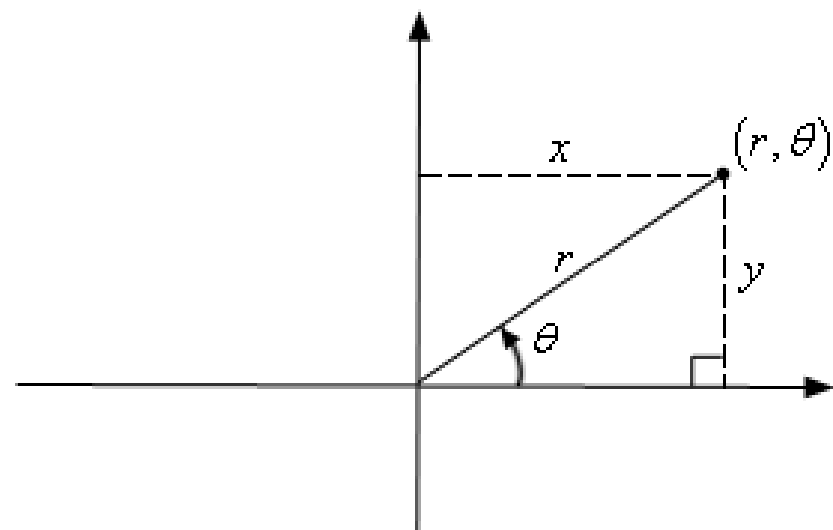


Rotacja o kąt δ

Współrzędne biegunowe:

$$x = r \cdot \cos(\theta)$$

$$y = r \cdot \sin(\theta)$$



Rotacja o kąt δ

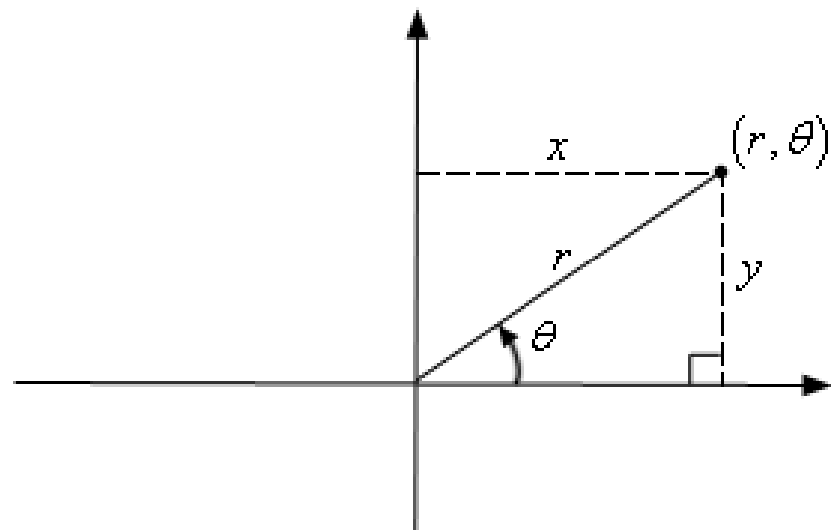
Współrzędne biegunowe:

$$x = r \cdot \cos(\theta)$$

$$y = r \cdot \sin(\theta)$$

$$x' = r \cdot \cos(\theta + \delta)$$

$$y' = r \cdot \sin(\theta + \delta)$$

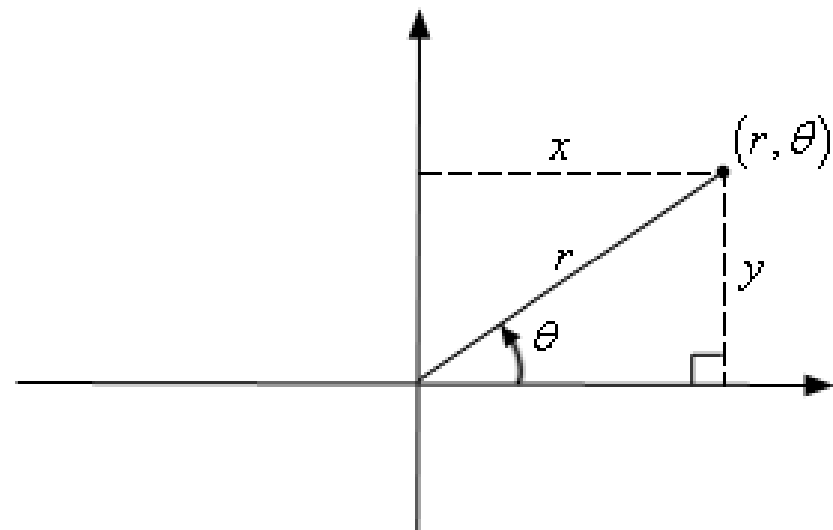


Rotacja o kąt δ

Współrzędne biegunowe:

$$x = r \cdot \cos(\theta)$$

$$y = r \cdot \sin(\theta)$$



$$x' = r \cdot \cos(\theta + \delta) = r \cos(\theta) \cos(\delta) - r \sin(\theta) \sin(\delta)$$

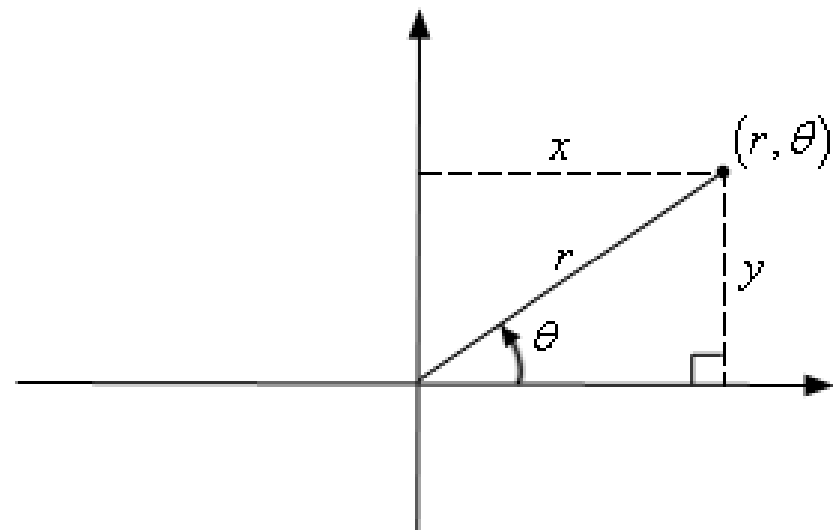
$$y' = r \cdot \sin(\theta + \delta) = r \sin(\theta) \cos(\delta) + r \cos(\theta) \sin(\delta)$$

Rotacja o kąt δ

Współrzędne biegunowe:

$$x = r \cdot \cos(\theta)$$

$$y = r \cdot \sin(\theta)$$



$$x' = r \cdot \cos(\theta + \delta) = r \cos(\theta) \cos(\delta) - r \sin(\theta) \sin(\delta)$$

$$y' = r \cdot \sin(\theta + \delta) = r \sin(\theta) \cos(\delta) + r \cos(\theta) \sin(\delta)$$

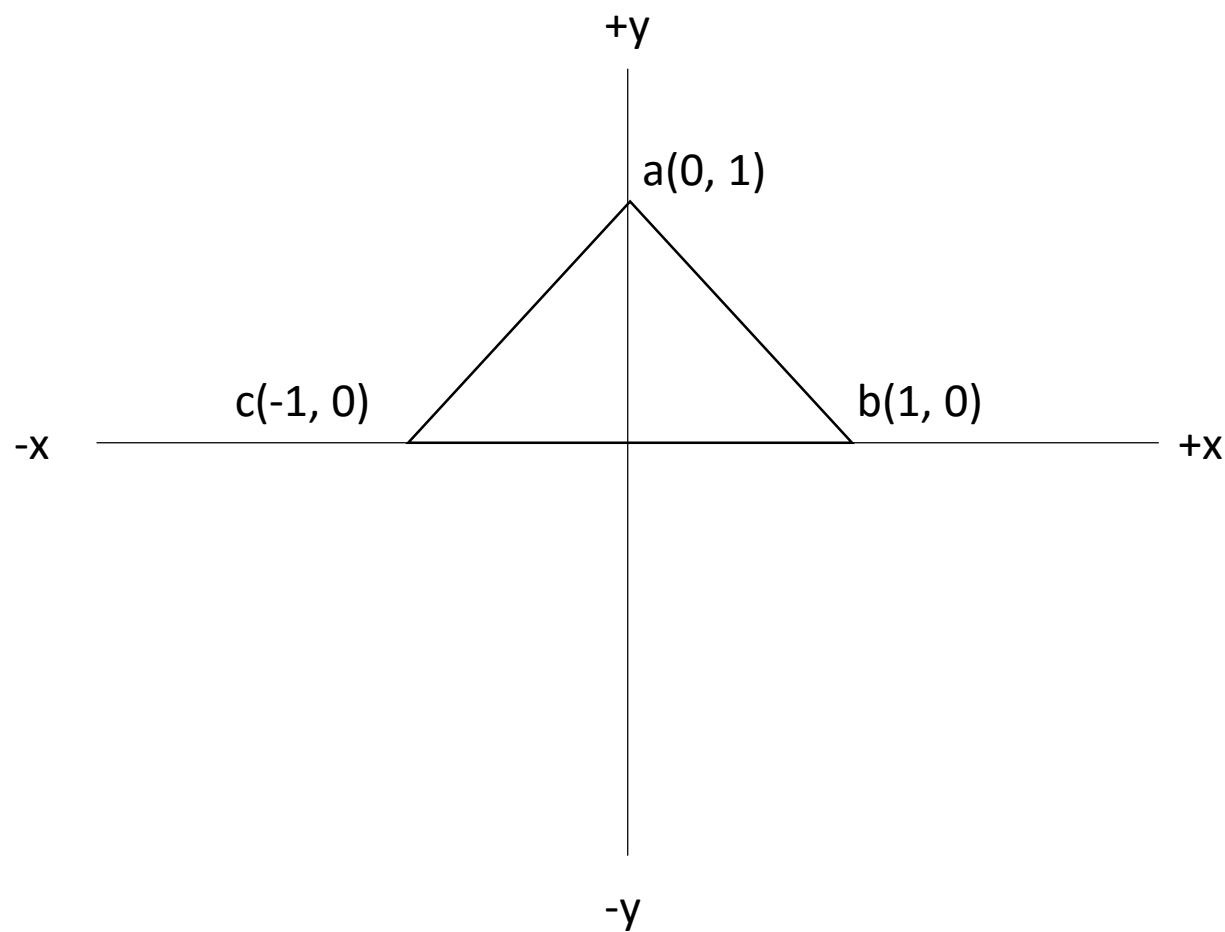
$$x' = x \cdot \cos(\delta) - y \cdot \sin(\delta)$$

$$y' = x \cdot \sin(\delta) + y \cdot \cos(\delta)$$

Rotacja

$$\theta = 90^\circ$$

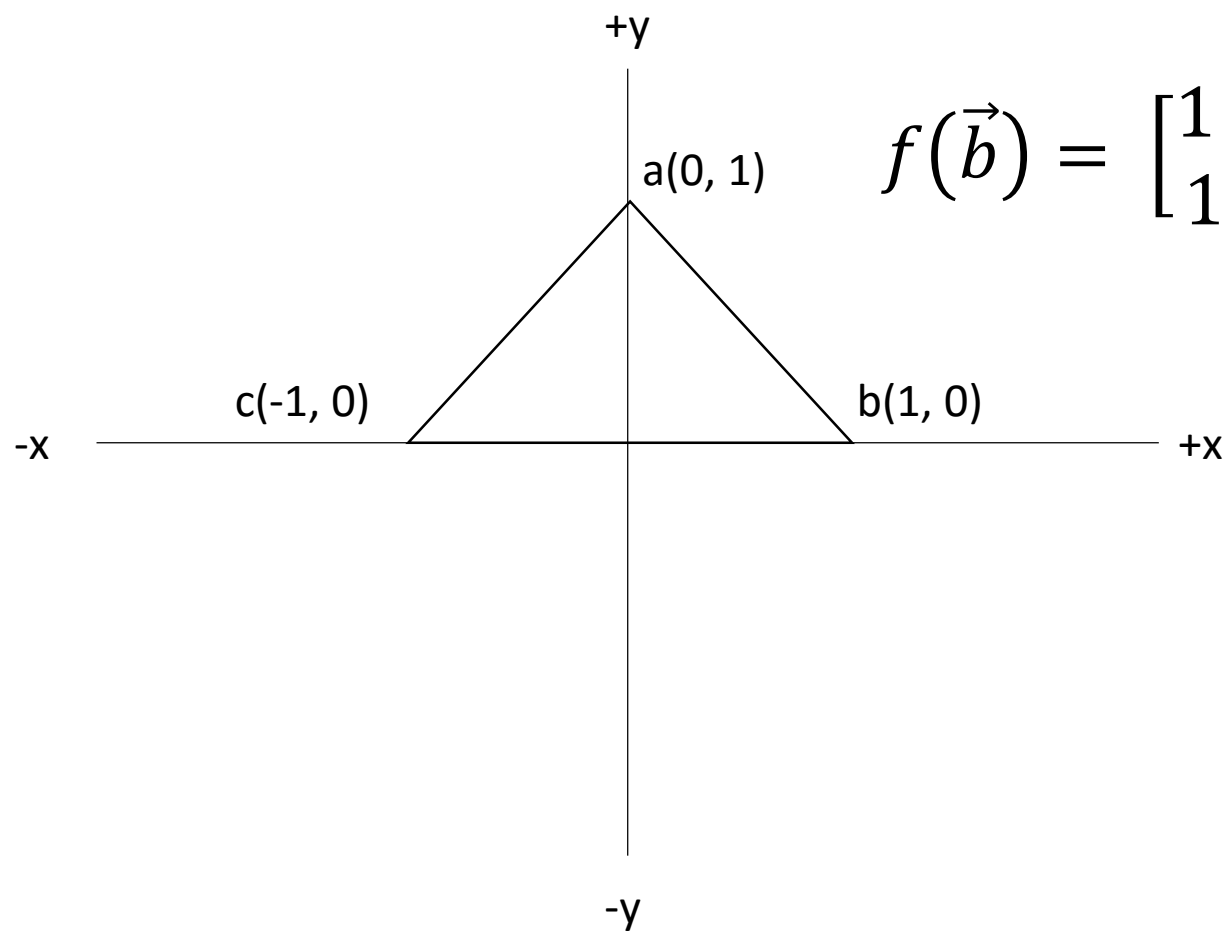
$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x \cdot \cos(\theta) - y \cdot \sin(\theta) \\ x \cdot \sin(\theta) + y \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix}$$



Rotacja

$$\theta = 90^\circ$$

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x \cdot \cos(\theta) - y \cdot \sin(\theta) \\ x \cdot \sin(\theta) + y \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix}$$



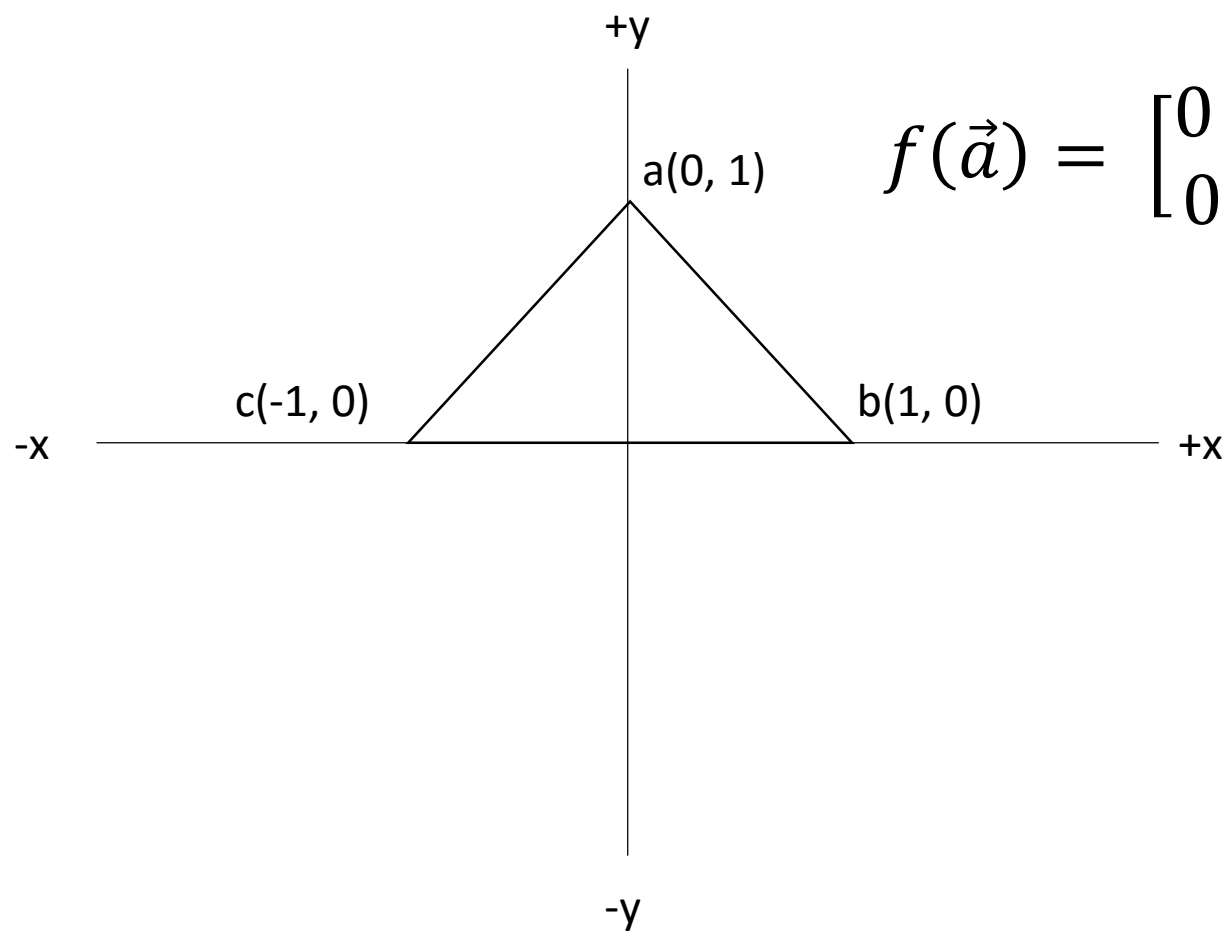
$$f(\vec{b}) = \begin{bmatrix} 1 \cdot 0 - 0 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotacja

$$\theta = 90^\circ$$

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x \cdot \cos(\theta) - y \cdot \sin(\theta) \\ x \cdot \sin(\theta) + y \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$f(\vec{a}) = \begin{bmatrix} 0 \cdot 0 - 1 \cdot 1 \\ 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

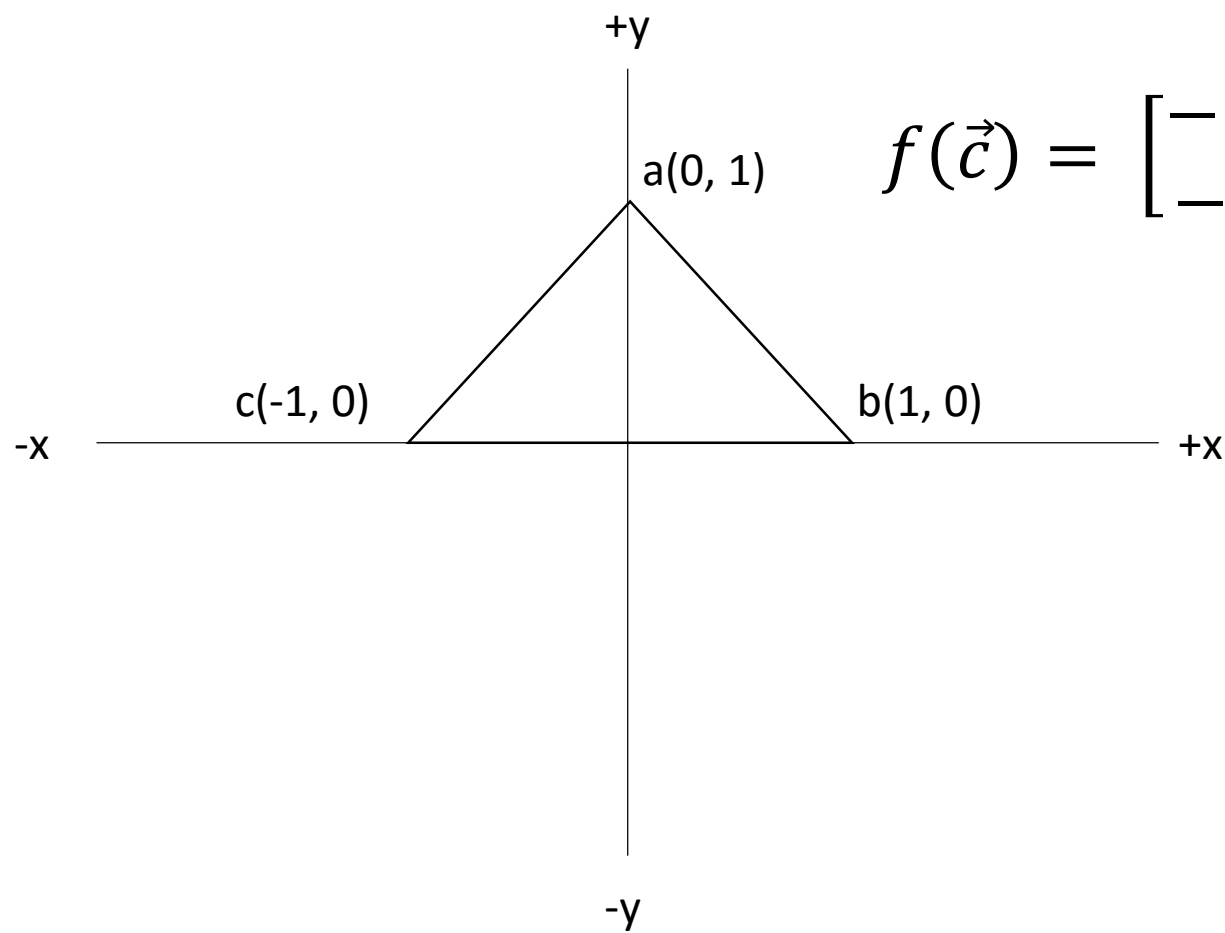


Rotacja

$$\theta = 90^\circ$$

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x \cdot \cos(\theta) - y \cdot \sin(\theta) \\ x \cdot \sin(\theta) + y \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$f(\vec{c}) = \begin{bmatrix} -1 \cdot 0 - 0 \cdot 1 \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

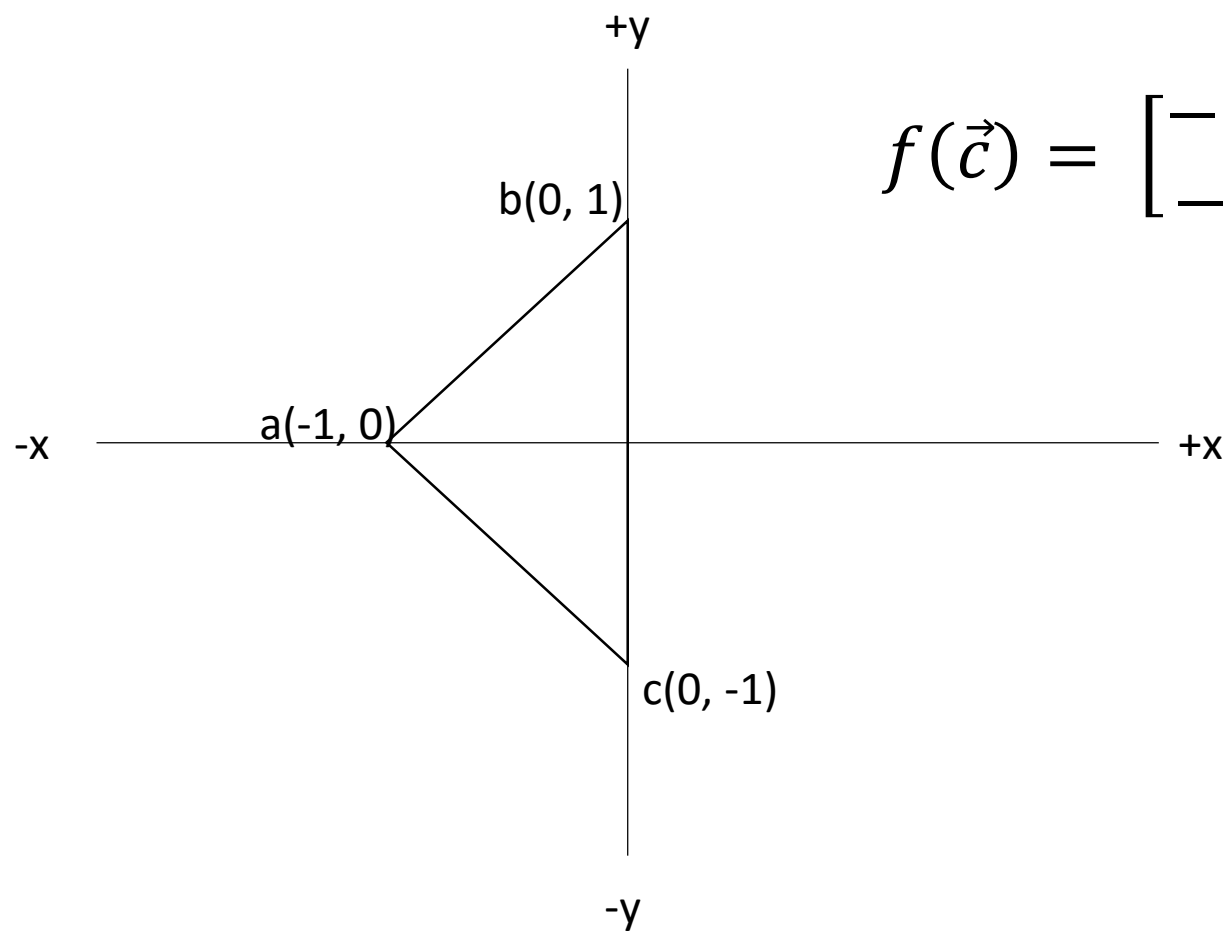


Rotacja

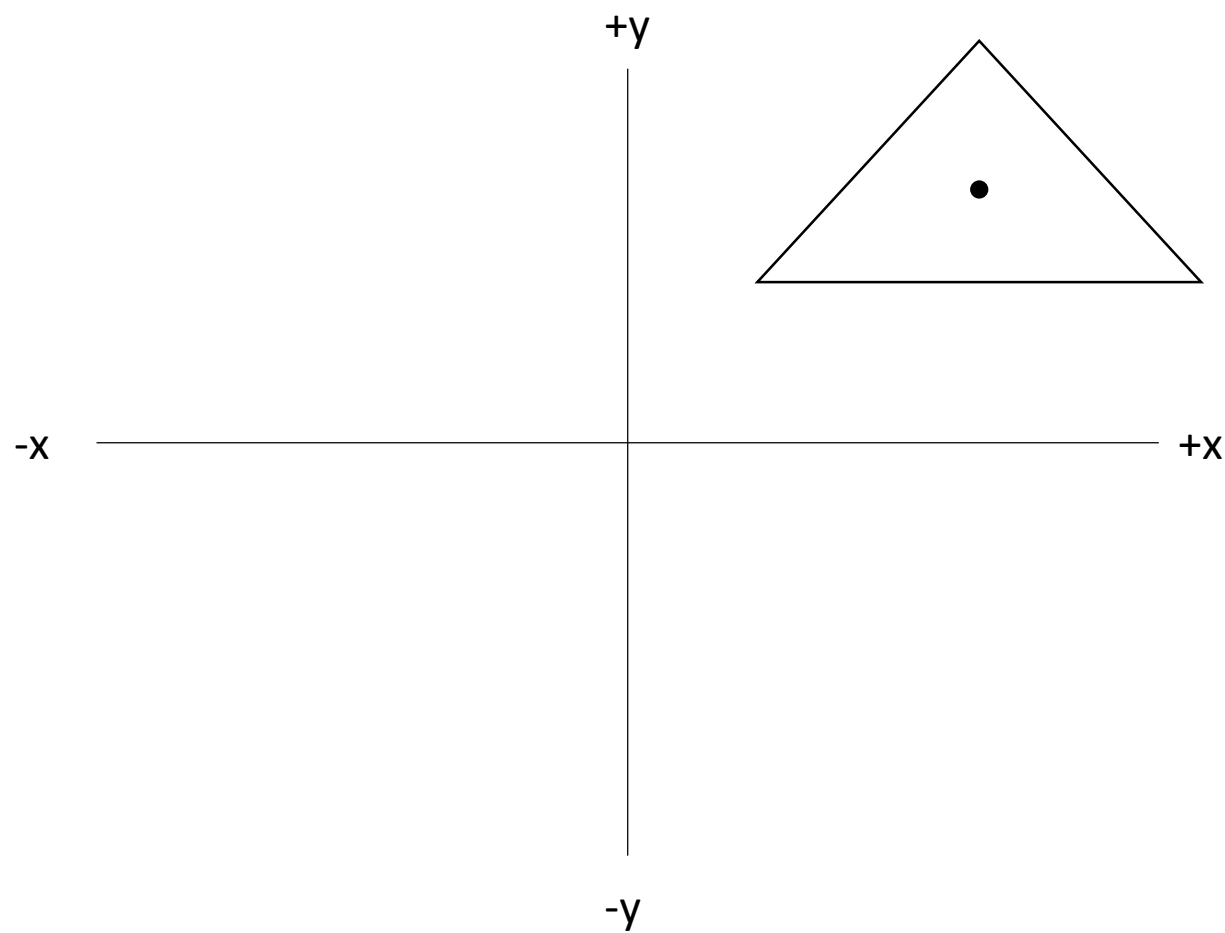
$$\theta = 90^\circ$$

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x \cdot \cos(\theta) - y \cdot \sin(\theta) \\ x \cdot \sin(\theta) + y \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$f(\vec{c}) = \begin{bmatrix} -1 \cdot 0 - 0 \cdot 1 \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

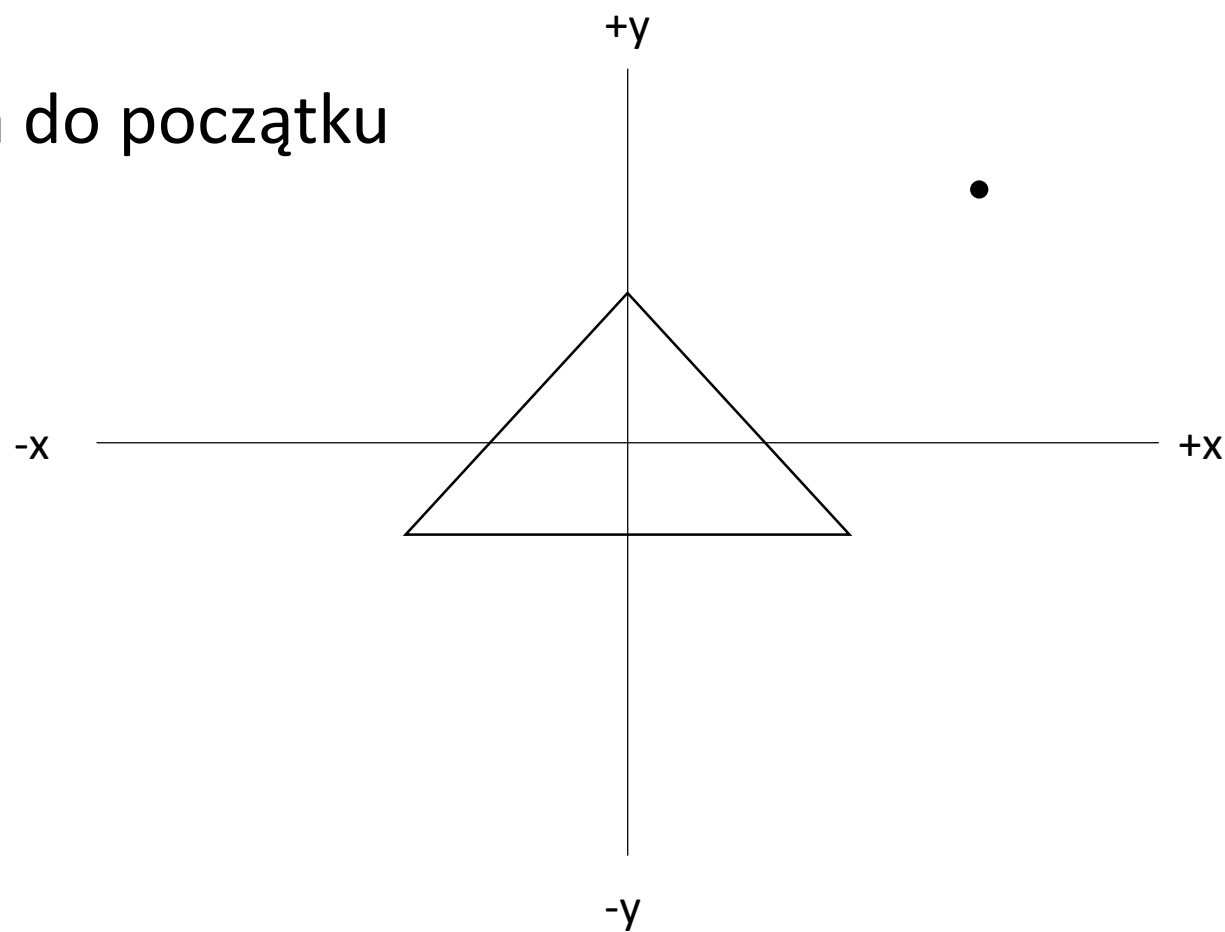


Rotacja wobec środka obiektu



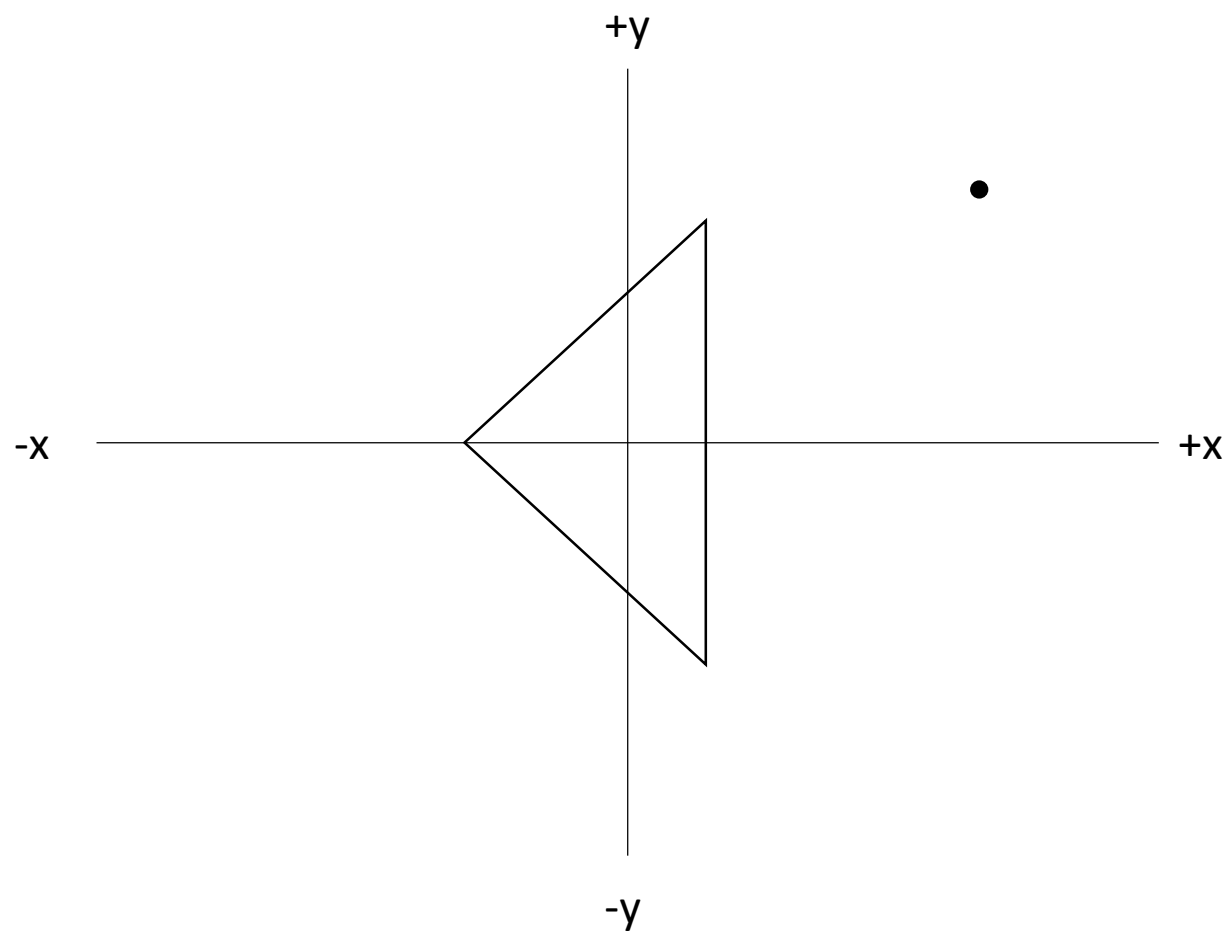
Rotacja wobec środka obiektu

Translacja do początku



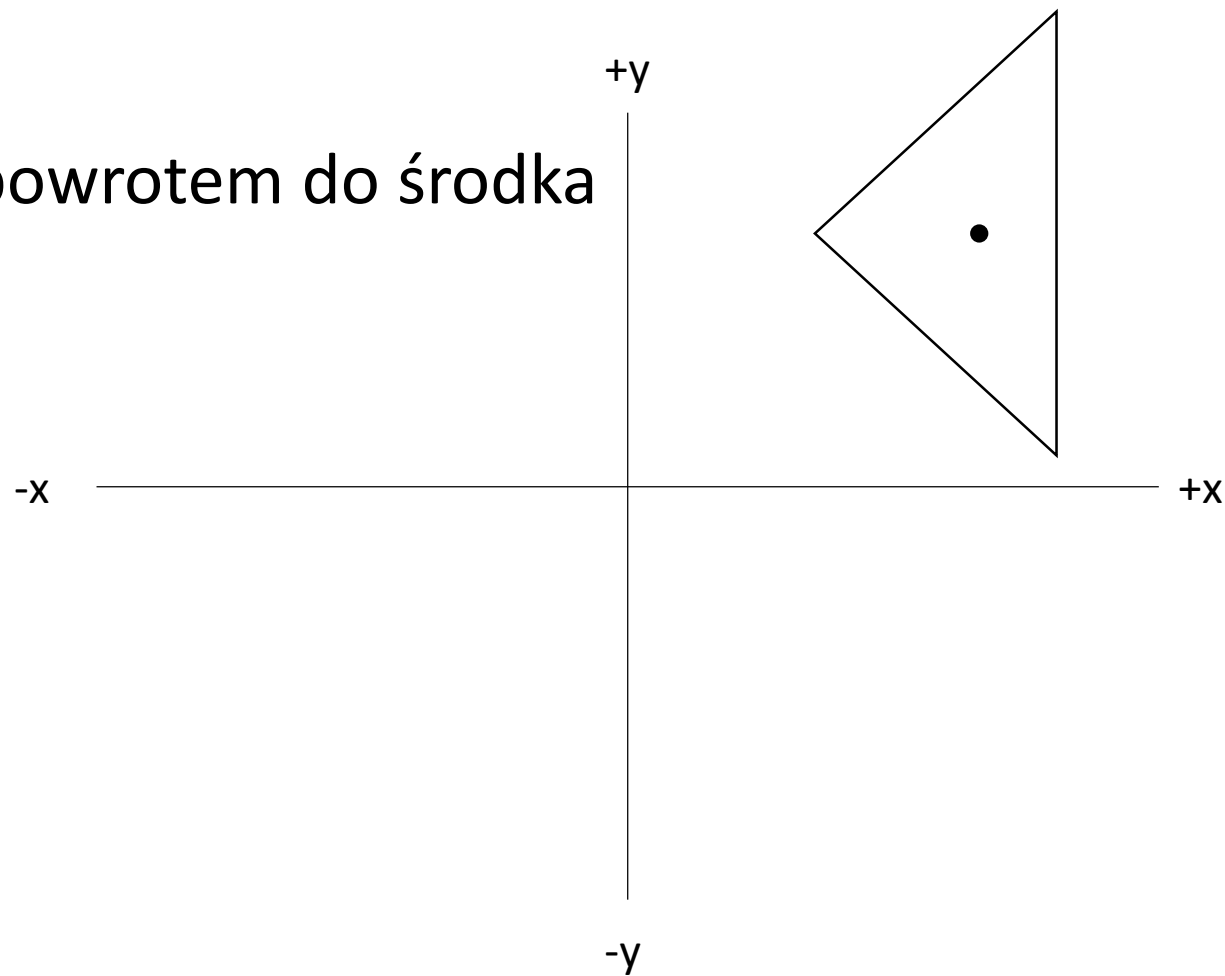
Rotacja wobec środka obiektu

Rotacja

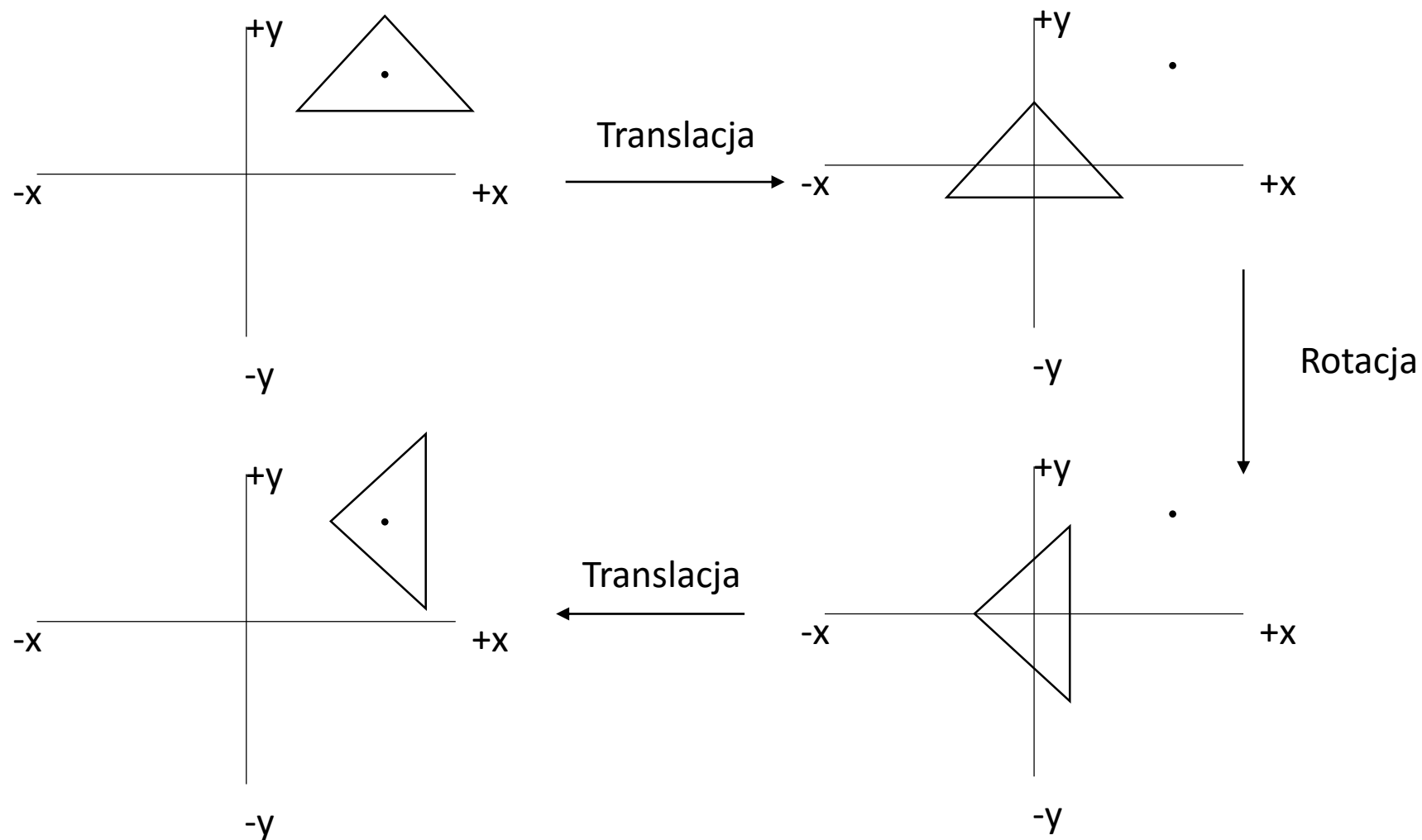


Rotacja wobec środka obiektu

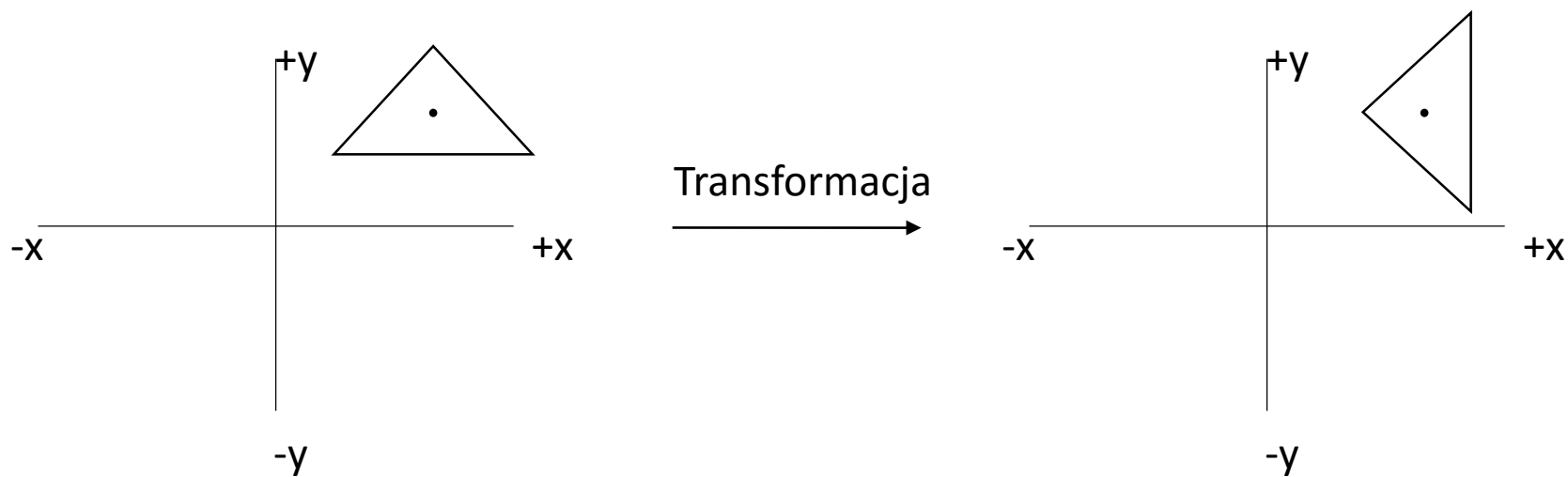
Translacja z powrotem do środka



Jak zastosować transformacje jednocześnie?



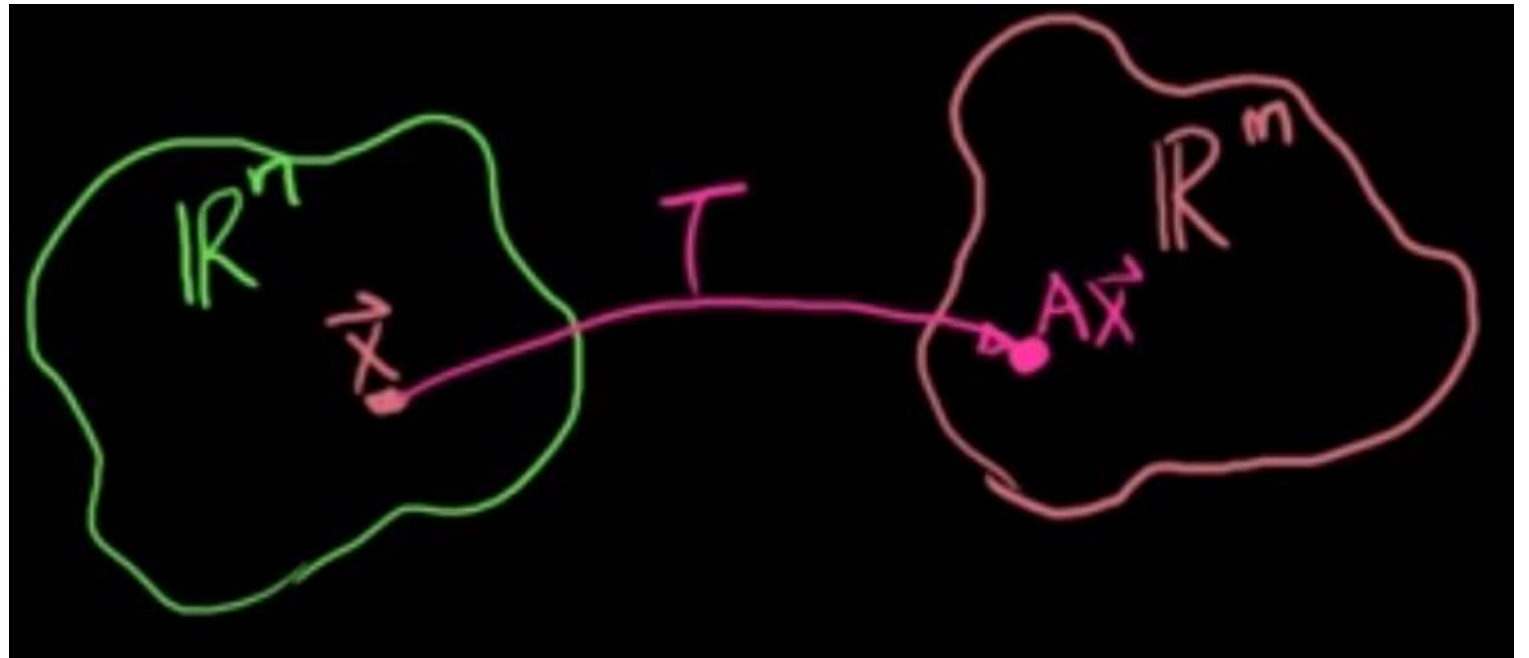
Jak zastosować transformacje jednocześnie?



Macierz wektor produkt jako Transformacja

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$$

$$T(\vec{x}) = A\vec{x}$$



Macierz wektor produkt jako Transformacja

$$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

Macierz wektor produkt jako Transformacja

$$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Macierz wektor produkt jako Transformacja

$$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$T(\vec{x}) = B\vec{x}$$

Macierz wektor produkt jako Transformacja

$$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$T(\vec{x}) = B\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Macierz wektor produkt jako Transformacja

$$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$T(\vec{x}) = B\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_1 - x_2 \\ 3x_1 + 4x_2 \end{bmatrix}$$

Macierz wektor produkt jako Transformacja

$$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$T(\vec{x}) = B\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_1 - x_2 \\ 3x_1 + 4x_2 \end{bmatrix}$$

$$T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2x_1 - x_2 \\ 3x_1 + 4x_2 \end{bmatrix}$$

Skalowanie 2D

Macierz skalowania: $\begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix}$

$$P = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x \cdot x + 0 \cdot y \\ 0 \cdot x + s_y \cdot y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x \cdot x \\ s_y \cdot y \end{bmatrix}$$

Rotacja 2D

Macierz rotacji: $\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$

$$P = \begin{bmatrix} \cos(\Pi/4) & -\sin(\Pi/4) \\ \sin(\Pi/4) & \cos(\Pi/4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 0 - 0 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Konkatenacja Macierzy Transformacji

$$P' = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Konkatenacja Macierzy Transformacji

$$P' = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x x \\ s_y y \end{bmatrix}$$

Konkatenacja Macierzy Transformacji

$$P' = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x x \\ s_y y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

Konkatenacja Macierzy Transformacji

$$P' = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x x \\ s_y y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

$$P'' = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

Konkatenacja Macierzy Transformacji

$$P' = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x x \\ s_y y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

$$P'' = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta)s_x x - \sin(\theta)s_y y \\ \sin(\theta)s_x x + \cos(\theta)s_y y \end{bmatrix}$$

Konkatenacja Macierzy Transformacji

$$P' = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x x \\ s_y y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

$$P'' = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta)s_x x - \sin(\theta)s_y y \\ \sin(\theta)s_x x + \cos(\theta)s_y y \end{bmatrix}$$

To jest to samo co (łączność multiplikacji macierzy)

$$P'' = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Konkatenacja Macierzy Transformacji

$$P' = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x x \\ s_y y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

$$P'' = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta)s_x x - \sin(\theta)s_y y \\ \sin(\theta)s_x x + \cos(\theta)s_y y \end{bmatrix}$$

To jest to samo co (łączność multiplikacji macierzy)

$$P'' = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta)s_x x - \sin(\theta)s_y y \\ \sin(\theta)s_x x + \cos(\theta)s_y y \end{bmatrix}$$

Translacja

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x + T_x \\ y + T_y \end{bmatrix}$$

Translacja

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x + T_x \\ y + T_y \end{bmatrix} \rightarrow \text{nie da się wyrazić takiej transformacji jako}$$

multiplikacja z 2D macierzą

Translacja

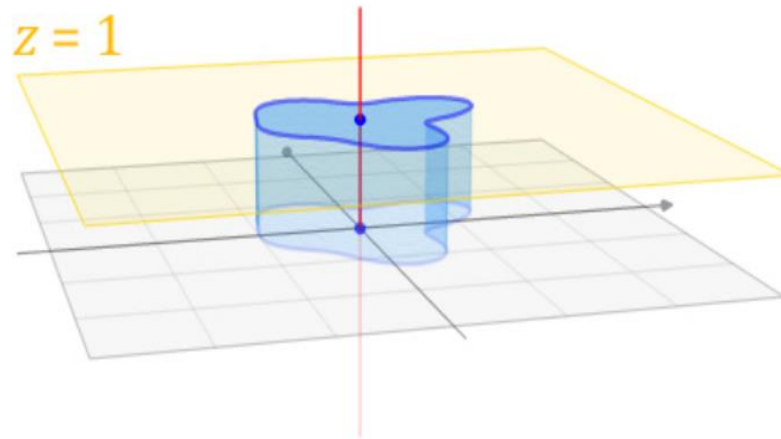
$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x + T_x \\ y + T_y \end{bmatrix} \rightarrow \text{nie da się wyrazić takiej transformacji jako}$$

multiplikacja z 2D macierzą

Dlatego osadzamy naszą przestrzeń 2D w 3D, gdzie trzecia współrzędna ,z' będzie równa 1.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Geometryczna interpretacja Translacji 2D



Translacja $T(T_x, T_y)$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Translacja $T(T_x, T_y)$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Co daje:

$$\begin{aligned} x' &= x + 1 \cdot T_x \\ y' &= y + 1 \cdot T_y \\ 1 &= 1 \end{aligned}$$

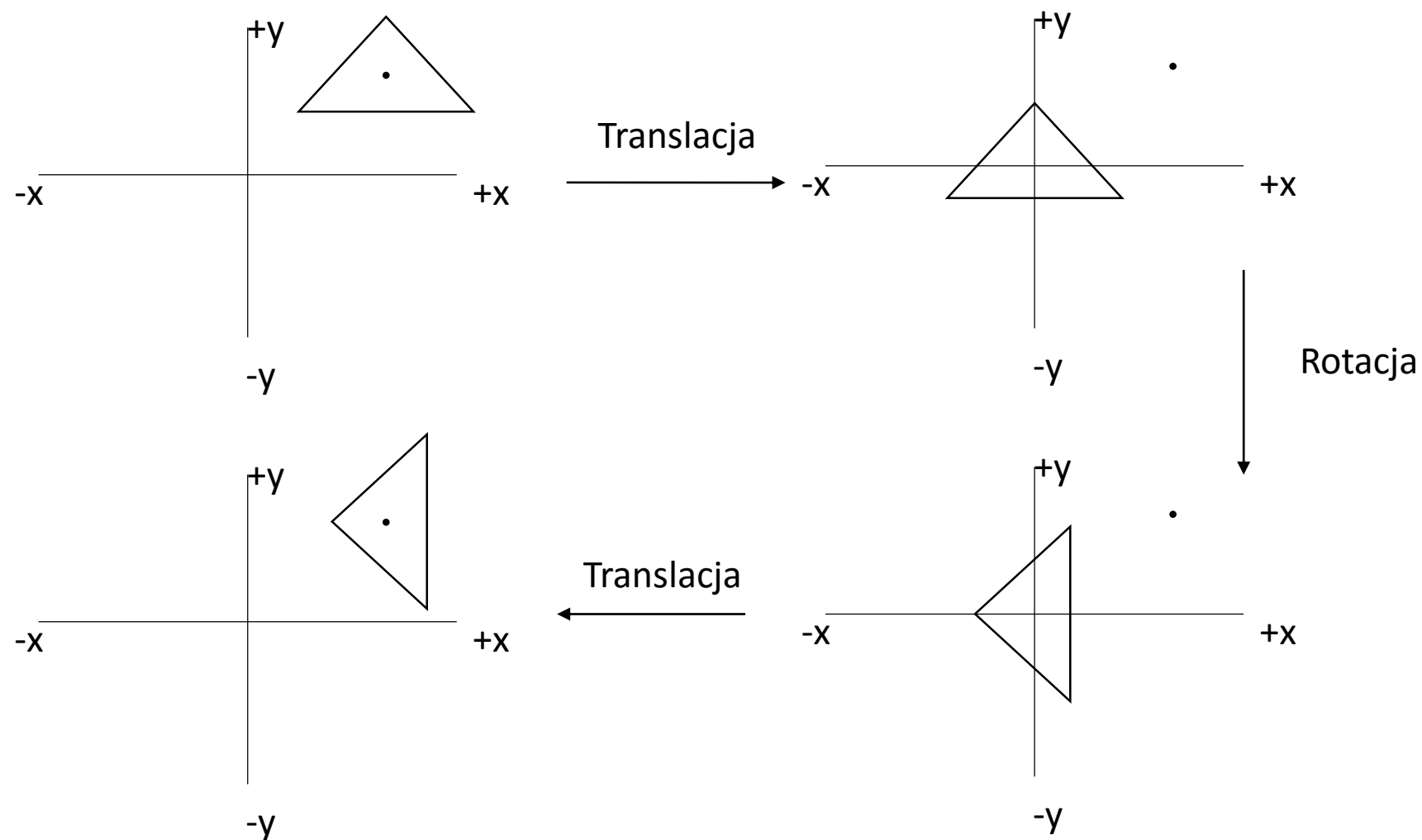
Skalowanie, Rotacja i Translacja w 2D

$$S(s_x, s_y) = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T(T_x, T_y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotacja wobec środka obiektu



Macierz rotacji M wobec punktu $P_o(x_o, y_o)$

Macierz rotacji M wobec punktu $P_o(x_o, y_o)$

1. Translacja do początku: $T(-x_o, -y_o)$

Macierz rotacji M wobec punktu $P_o(x_o, y_o)$

1. Translacja do początku: $T(-x_o, -y_o)$
2. Rotacja o kąt θ : $R(\theta)$

Macierz rotacji M wobec punktu $P_0(x_0, y_0)$

1. Translacja do początku: $T(-x_0, -y_0)$
2. Rotacja o kąt θ : $R(\theta)$
3. Translacja do punktu P_0 : $T(x_0, y_0)$

Macierz rotacji M wobec punktu $P_0(x_0, y_0)$

1. Translacja do początku: $T(-x_0, -y_0)$
2. Rotacja o kąt θ : $R(\theta)$
3. Translacja do punktu P_0 : $T(x_0, y_0)$

$$M = T(x_0, y_0) R(\theta) T(-x_0, -y_0)$$

Macierz rotacji M wobec punktu $P_o(x_o, y_o)$

1. Translacja do początku: $T(-x_o, -y_o)$
2. Rotacja o kąt θ : $R(\theta)$
3. Translacja do punktu P_o : $T(x_o, y_o)$

$$M = T(x_o, y_o) R(\theta) T(-x_o, -y_o)$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_o \\ 0 & 1 & y_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_o \\ 0 & 1 & -y_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Macierz rotacji M wobec punktu $P_o(x_o, y_o)$

1. Translacja do początku: $T(-x_o, -y_o)$
2. Rotacja o kąt θ : $R(\theta)$
3. Translacja do punktu P_o : $T(x_o, y_o)$

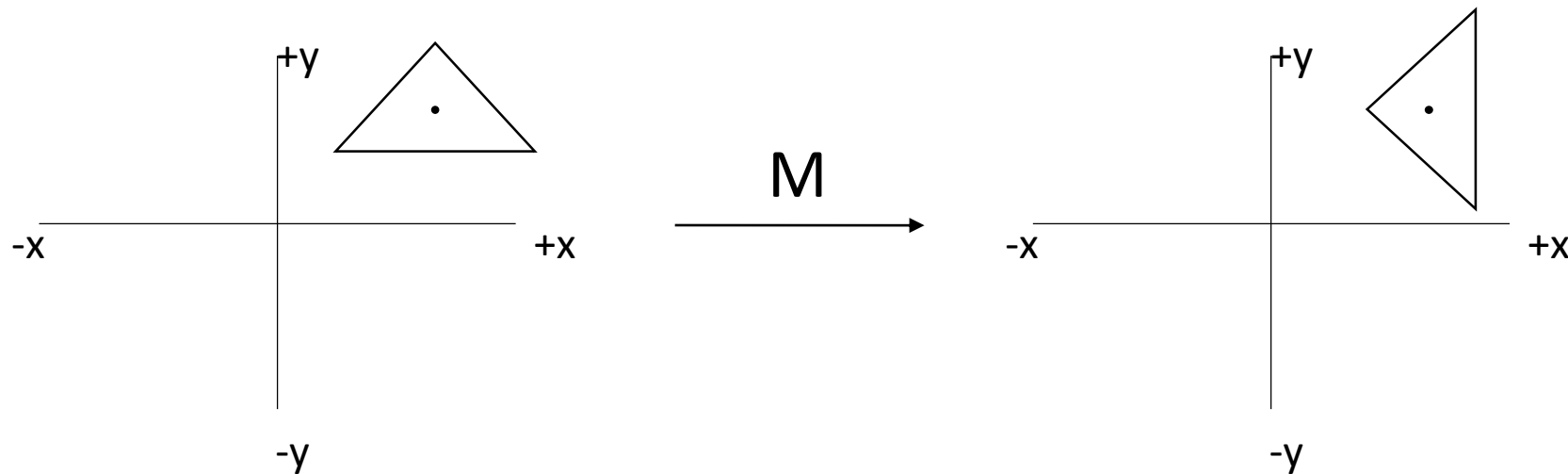
$$M = T(x_o, y_o) R(\theta) T(-x_o, -y_o)$$

$$M = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & -\cos(\theta)x_o + \sin(\theta)y_o + x_o \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & \sin(\theta)x_o - \cos(\theta)y_o + y_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Macierz rotacji M wobec punktu $P_0(x_0, y_0)$

1. Translacja do początku: $T(-x_0, -y_0)$
2. Rotacja o kąt θ : $R(\theta)$
3. Translacja do punktu P_0 : $T(x_0, y_0)$

$$M = T(x_0, y_0) R(\theta) T(-x_0, -y_0)$$



Efektywność Macierzy Kompozycji M

Efektywność Macierzy Kompozycji M

- Multiplikacja dwóch macierzy: 3 multiplikacje (*) i 2 addycje (+) dla każdego elementu $\rightarrow 3 \times 9 = 27$ (+ są kilka razy szybsze od * czyli ignorujemy ich koszt)

Efektywność Macierzy Kompozycji M

- Multiplikacja dwóch macierzy: 3 multiplikacje (*) i 2 addycje (+) dla każdego elementu $\rightarrow 3 \times 9 = 27$ (+ są kilka razy szybsze od * czyli ignorujemy ich koszt)
- Multiplikacja macierz wektor $\rightarrow 3 \times 3 = 9$

Efektywność Macierzy Kompozycji M

- Multiplikacja dwóch macierzy: 3 multiplikacje (*) i 2 addycje (+) dla każdego elementu $\rightarrow 3 \times 9 = 27$ (+ są kilka razy szybsze od * czyli ignorujemy ich koszt)
- Multiplikacja macierz wektor $\rightarrow 3 \times 3 = 9$, ale mamy specjalny przypadek

- $$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Efektywność Macierzy Kompozycji M

- Multiplikacja dwóch macierzy: 3 multiplikacje (*) i 2 addycje (+) dla każdego elementu $\rightarrow 3 \times 9 = 27$ (+ są kilka razy szybsze od * czyli ignorujemy ich koszt)
- Multiplikacja macierz wektor $\rightarrow 3 \times 3 = 9$, ale mamy specjalny przypadek

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x' = ax + by + c$$

$$y' = cx + dy + e$$

Efektywność Macierzy Kompozycji M

- Multiplikacja dwóch macierzy: 3 multiplikacje (*) i 2 addycje (+) dla każdego elementu $\rightarrow 3 \times 9 = 27$ (+ są kilka razy szybsze od * czyli ignorujemy ich koszt)
- Multiplikacja macierz wektor $\rightarrow 3 \times 3 = 9$, ale mamy specjalny przypadek
- $$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c \\ y' &= cx + dy + e \end{aligned}$$
- $\rightarrow$ 4 operacje dla każdego wierzchołka

Efektywność Macierzy Kompozycji M

- Gdy N liczba transformacji
- Gdy k liczba wierzchołków

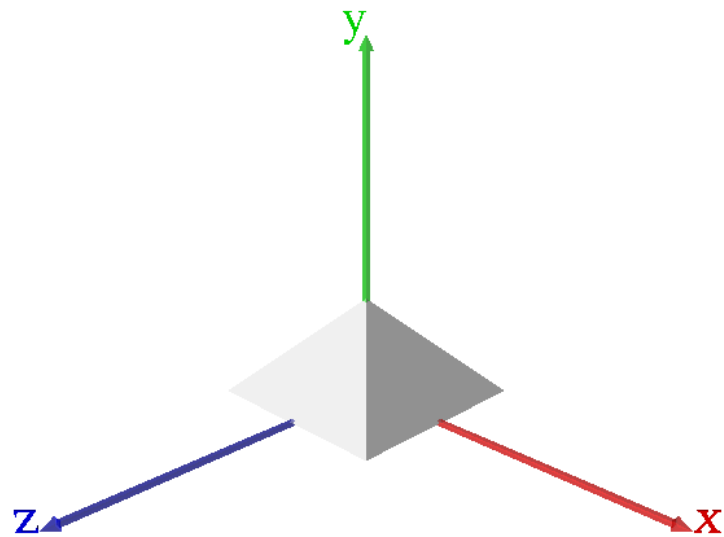
Efektywność Macierzy Kompozycji M

- Gdy N liczba transformacji
- Gdy k liczba wierzchołków
- Wtedy liczba multiplikacji wykonanych jest: $(N-1)*27 + 4*k$

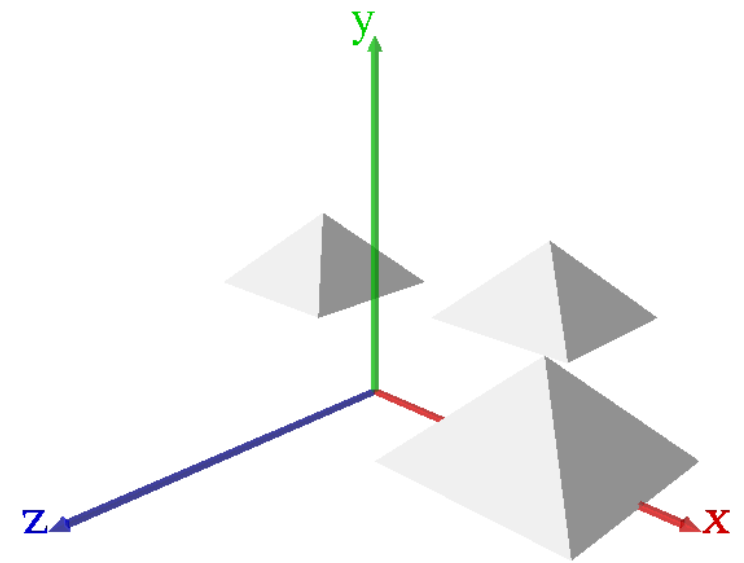
Efektywność Macierzy Kompozycji M

- Gdy N liczba transformacji
- Gdy k liczba wierzchołków
- Wtedy liczba multiplikacji wykonanych jest: $(N-1)*27 + 4*k$
- W sposób bezpośredni: $N*k*2$

World space transformation

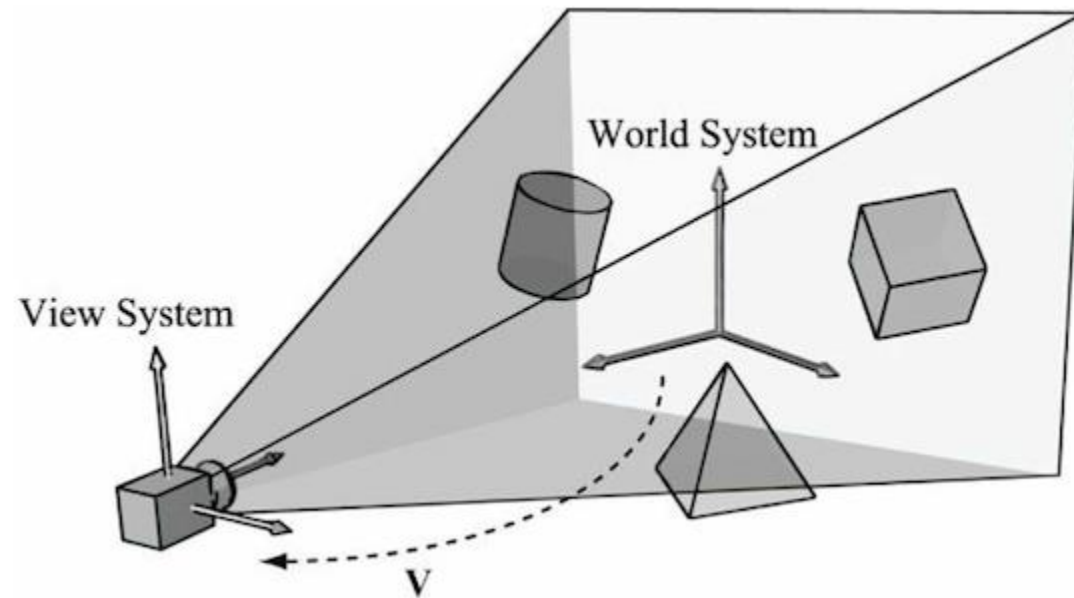


Object Space

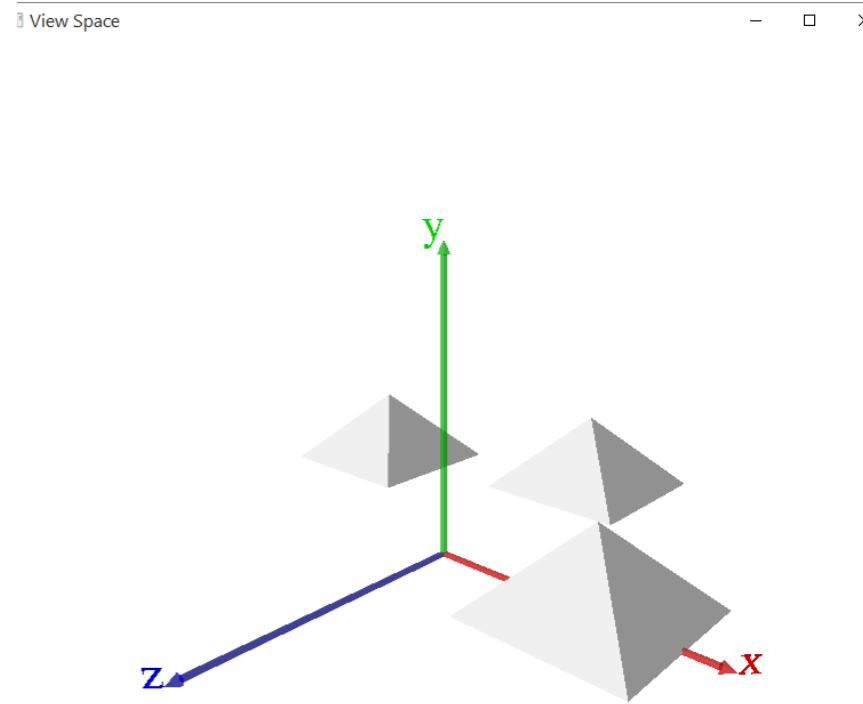


World Space

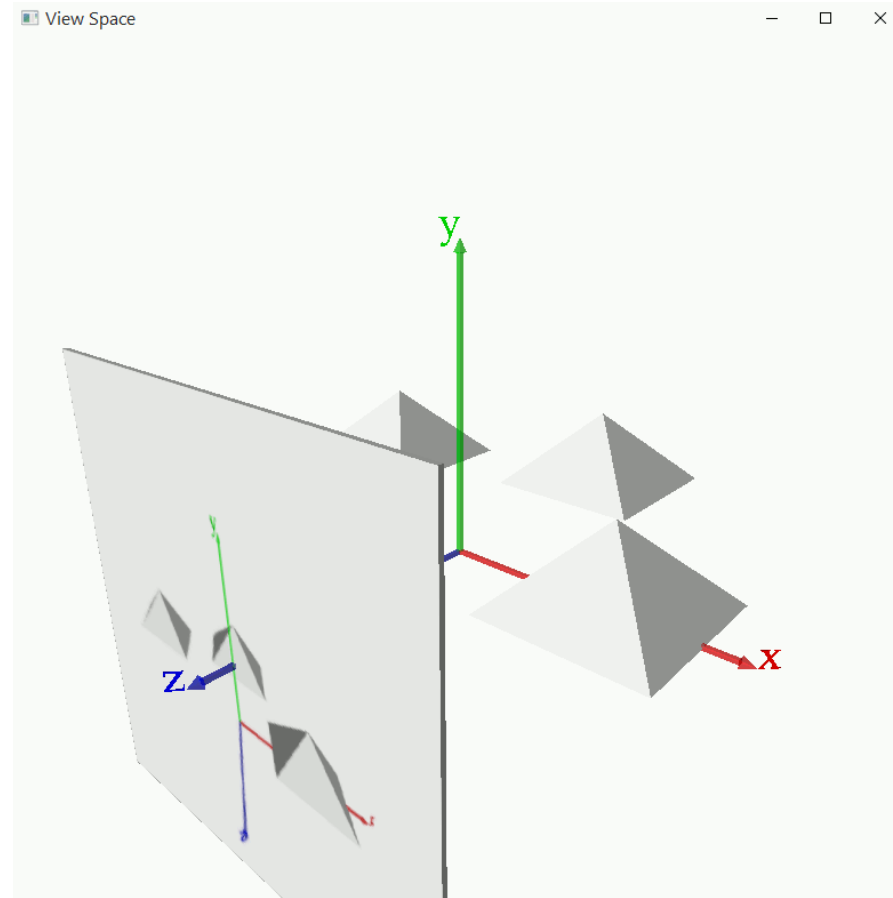
View (eye) space transformation



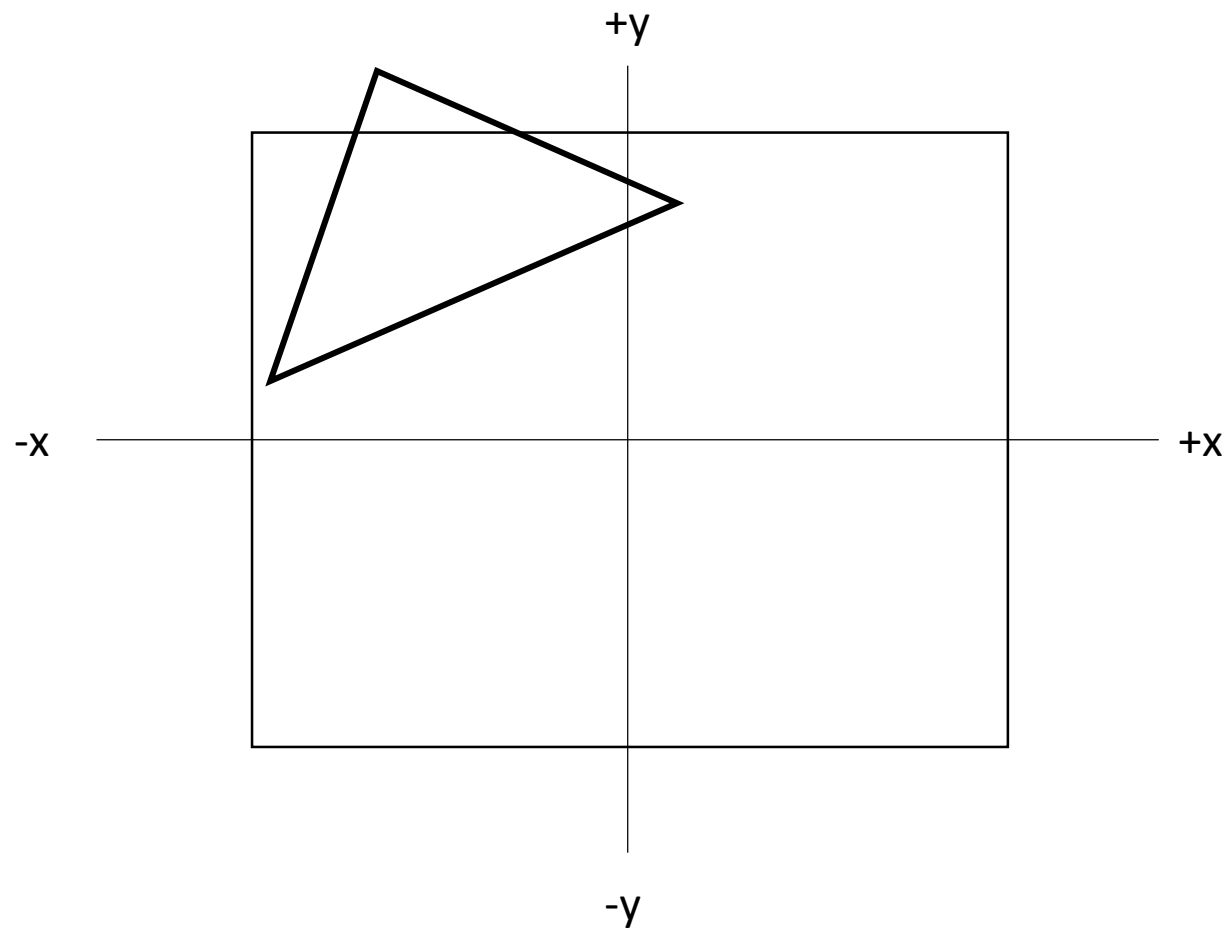
View (eye) space transformation



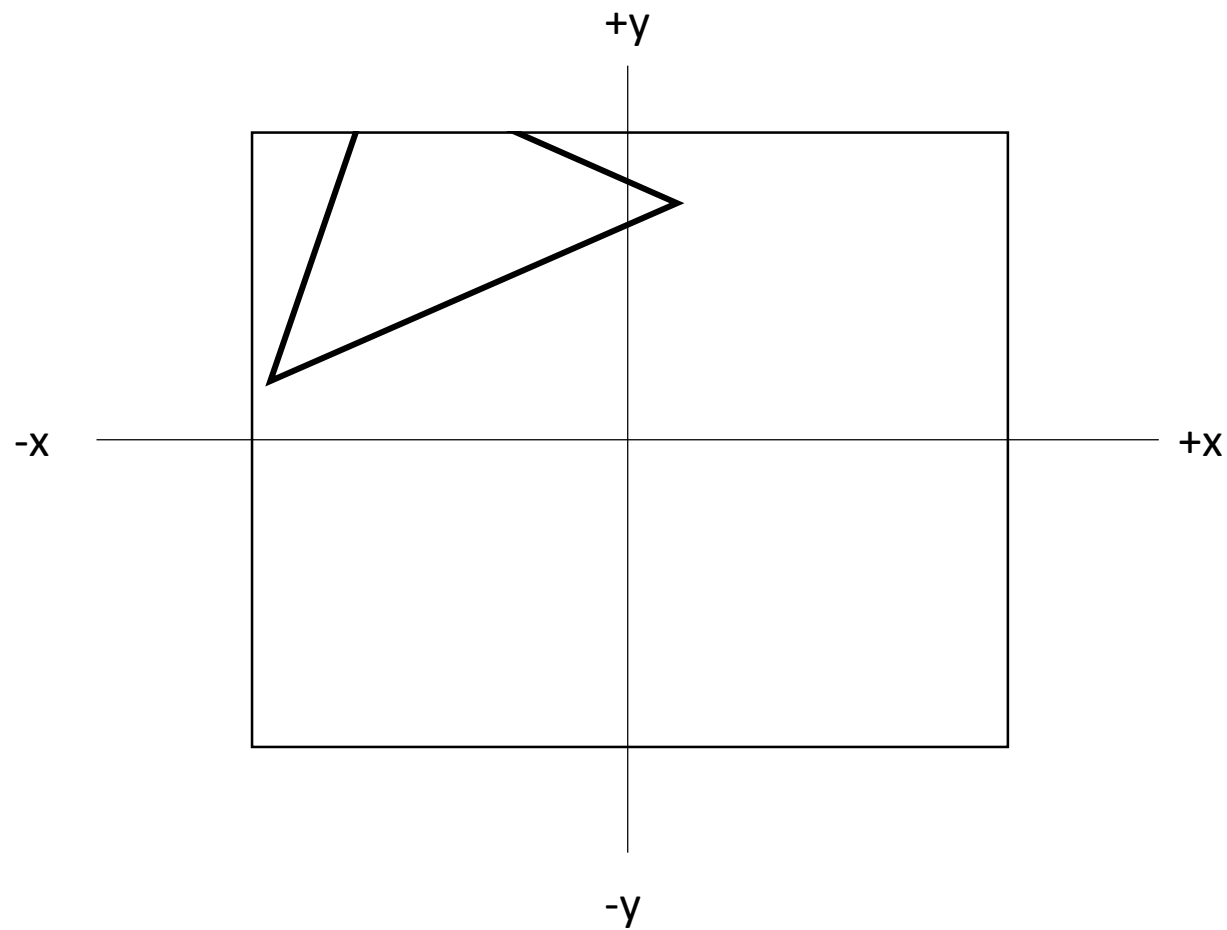
Projection transformation



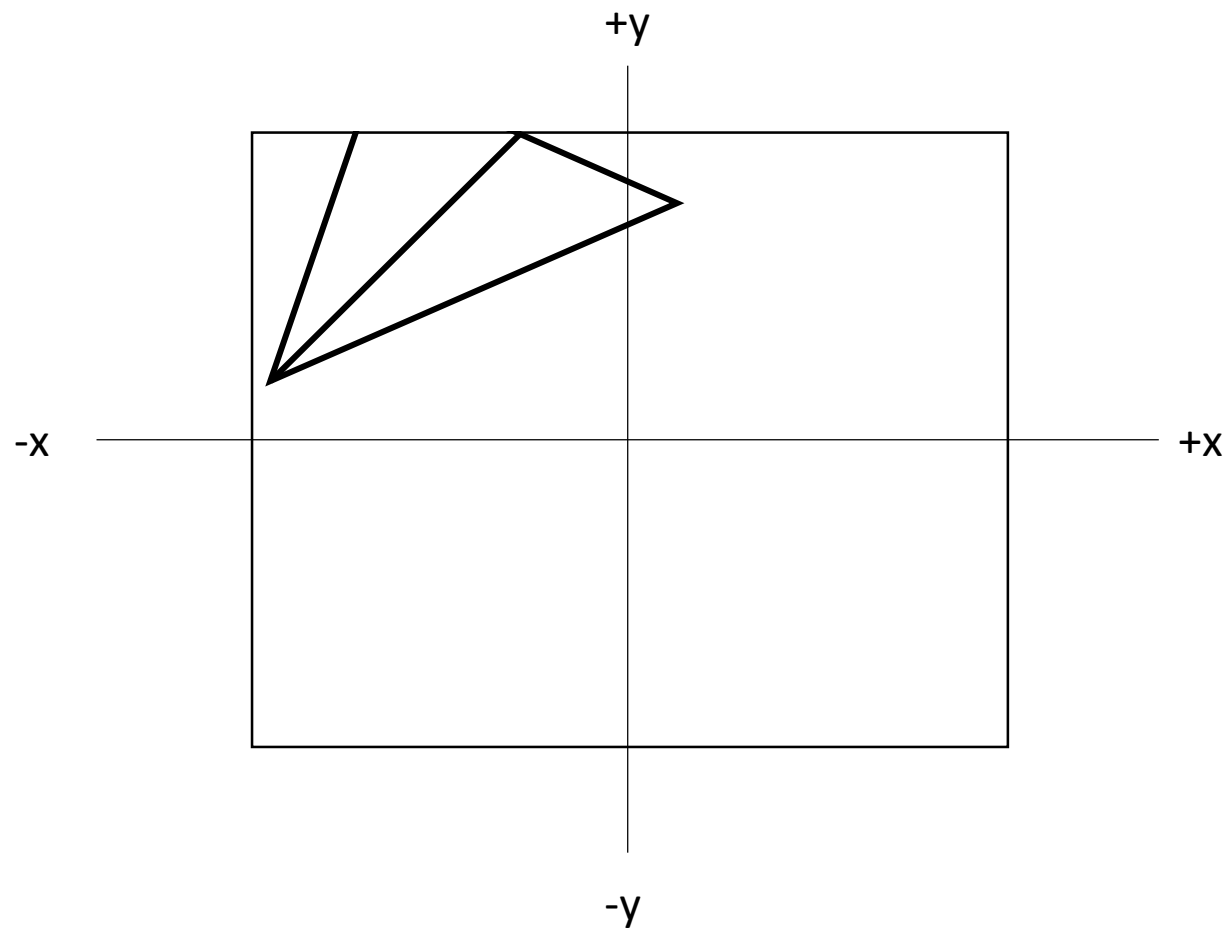
Clipping



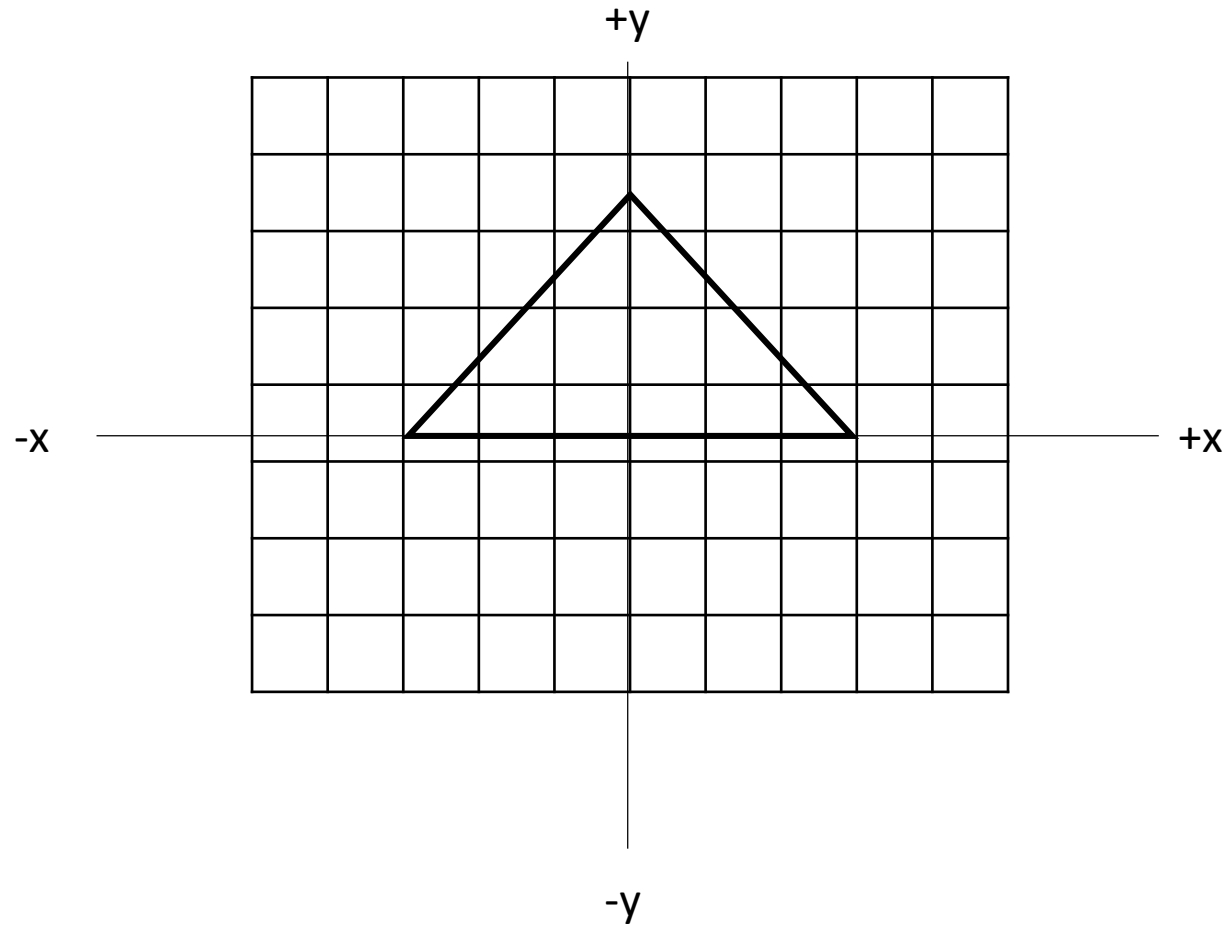
Clipping



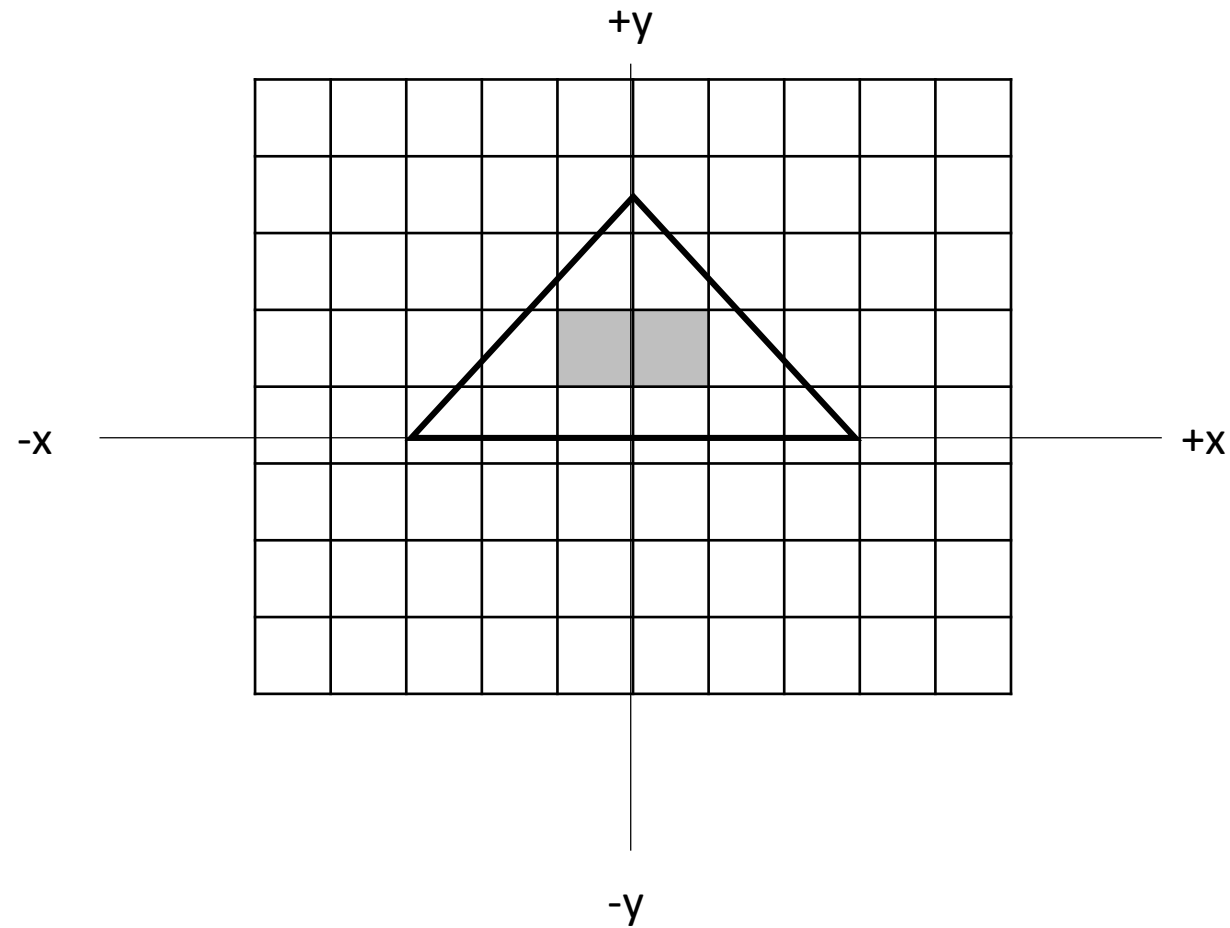
Clipping



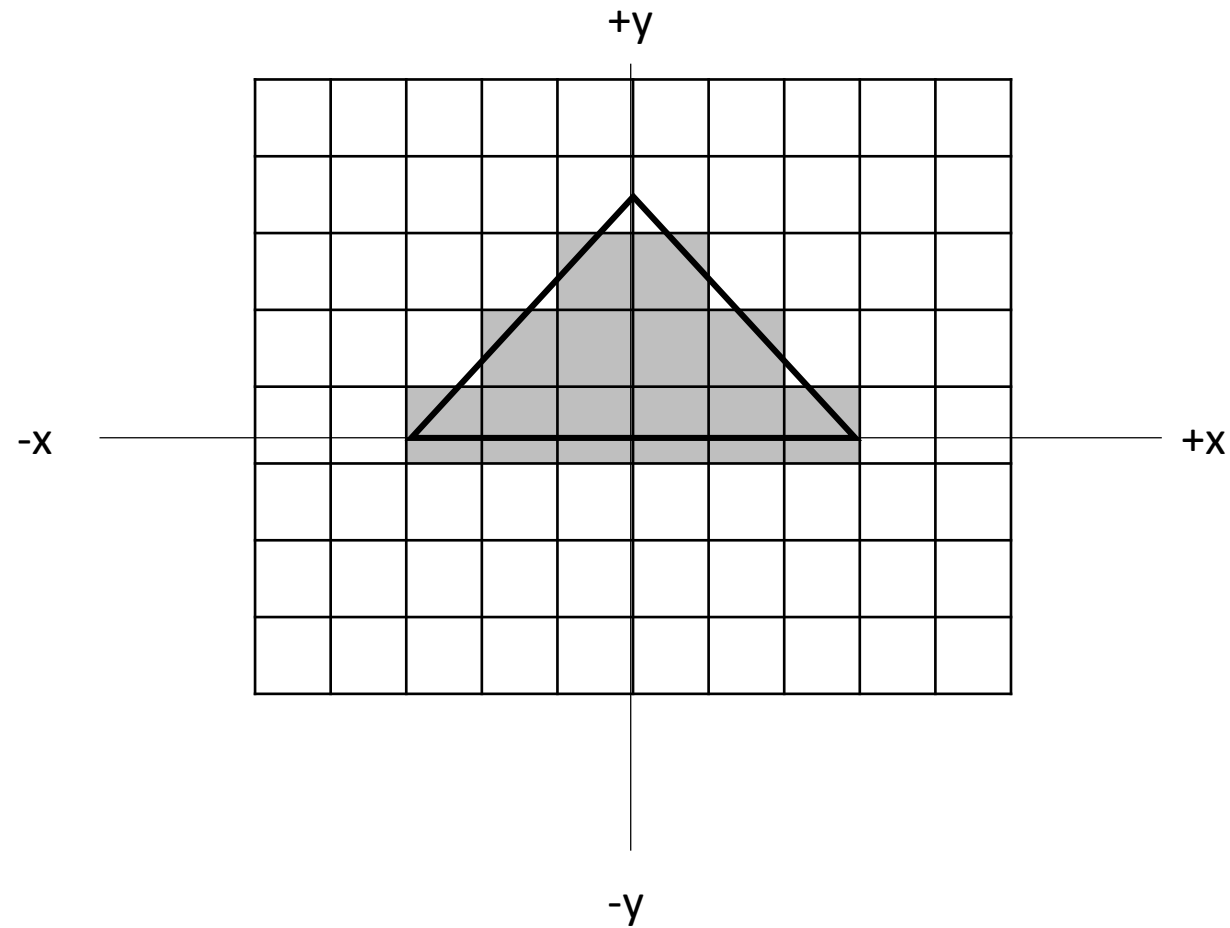
Scan conversion or rasterization



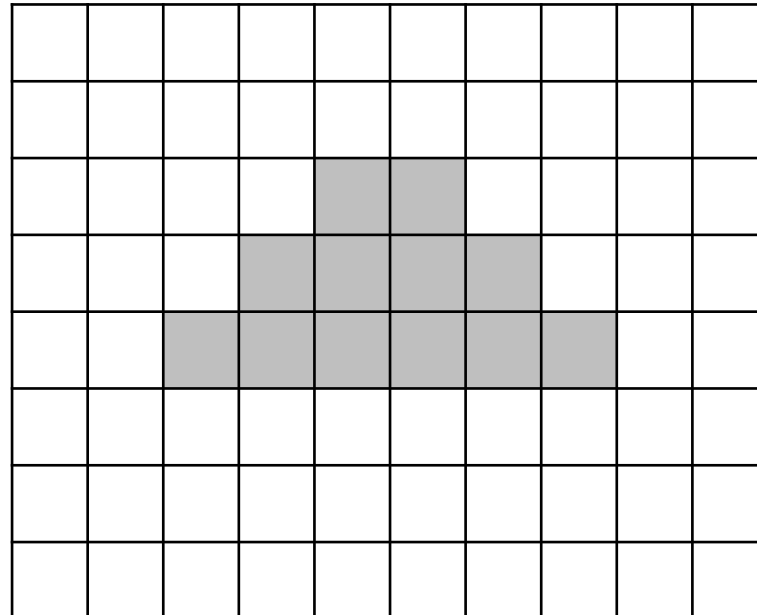
Scan conversion or rasterization



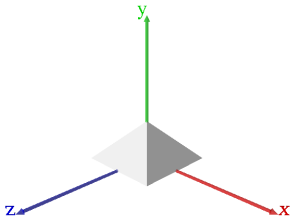
Scan conversion or rasterization



Scan conversion or rasterization



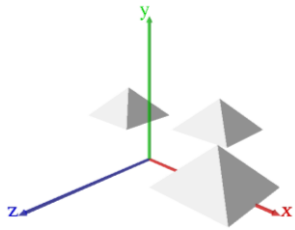
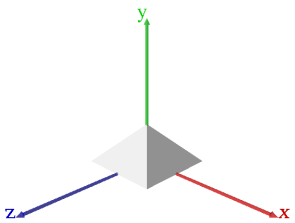
Uproszczony Potok Graficzny (Rendering)



Object Space

Uproszczony Potok Graficzny (Rendering)

Model Matrix



Object Space

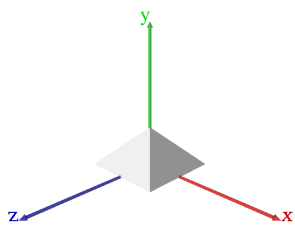
World Space

Uproszczony Potok Graficzny (Rendering)

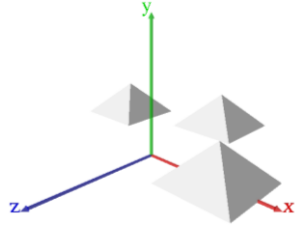
Model Matrix



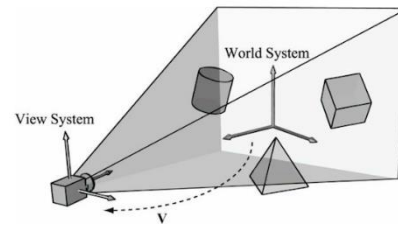
View Matrix



Object Space



World Space



View Space

Uproszczony Potok Graficzny (Rendering)

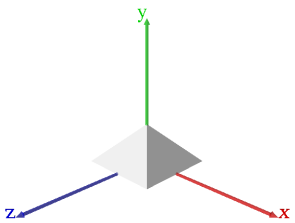
Model Matrix



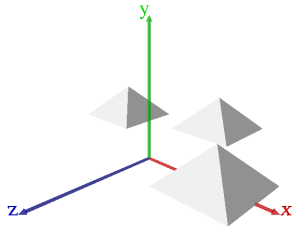
View Matrix



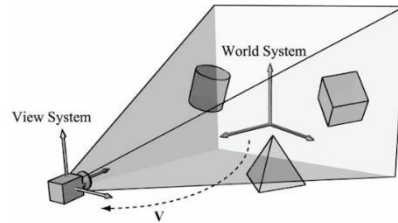
Projection Matrix



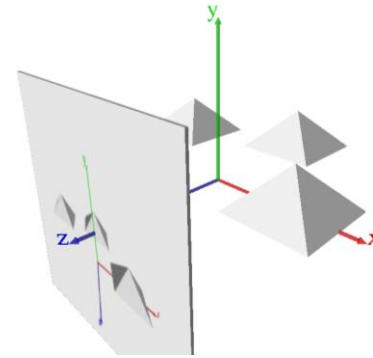
Object Space



World Space



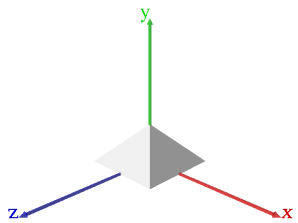
View Space



Clip Space

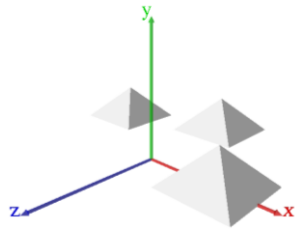
Uproszczony Potok Graficzny (Rendering)

Model Matrix



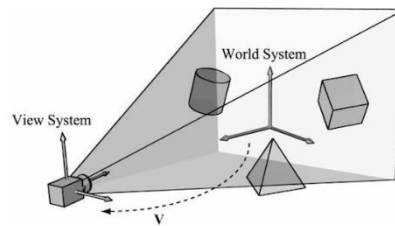
Object Space

View Matrix



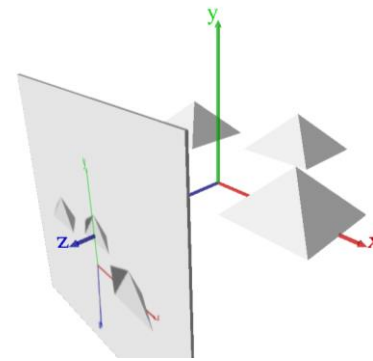
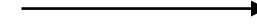
World Space

Projection Matrix

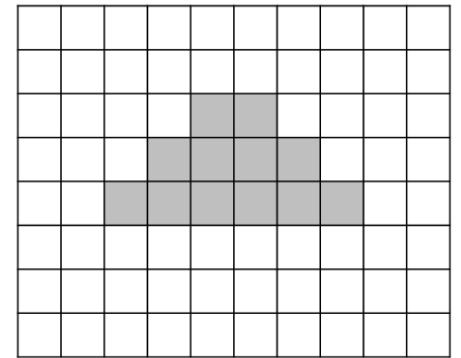


View Space

Viewport Transform



Clip Space



Screen/Window Space