

Przygotowanie

Dr. Wojciech Palubicki

Oblicz liczbę cyfr znaczących w liczbie 0.00199 ± 0.0004 (wskaz je).

- Cyfry znaczące: to liczby istotne spośród poprawnych 0.00**1**99

Zbadaj i opisz przenoszenie się błędów dla funkcji $f(a,b) = a^2b$

- $Fl(a^2b) = (a^2(1+\varepsilon_1)b)(1+\varepsilon_2)$

Zbadaj i opisz przenoszenie się błędów dla funkcji $f(a,b) = a^2b$

- $Fl(a^2b) = (a^2(1+\varepsilon_1)b)(1+\varepsilon_2) = (a^2b + a^2b\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)$

Zbadaj i opisz przenoszenie się błędów dla funkcji $f(a,b) = a^2b$

- $Fl(a^2b) = (a^2(1+\varepsilon_1)b)(1+\varepsilon_2) = (a^2b + a^2b\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2) \approx a^2b (1+\varepsilon_1+\varepsilon_2)$

Zbadaj i opisz przenoszenie się błędów dla funkcji $f(a,b) = a^2b$

- $Fl(a^2b) = (a^2(1+\varepsilon_1)b)(1+\varepsilon_2) = (a^2b + a^2b\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2) \approx a^2b (1+\varepsilon_1+\varepsilon_2)$
- Błąd nie zależy od danych wejściowych $\rightarrow$ dobrze uwarunkowane zadanie

Zbadaj i opisz przenoszenie się błędów dla funkcji $f(a,b) = a^2b$

- $Fl(a^2b) = (a^2(1+\varepsilon_1)b)(1+\varepsilon_2) = (a^2b + a^2b\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2) \approx a^2b (1+\varepsilon_1+\varepsilon_2)$
- Błąd nie zależy od danych wejściowych $\rightarrow$ dobrze uwarunkowane zadanie

- Lub stosując wzor:

$$\varepsilon_y = \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i \frac{\partial f(x)}{\partial x_i}}{f(x)} \right| \varepsilon_{x_i}$$

Zad. 3

- $X = [-5, 0, 5]$, $y = [1, 2, 3]$

$$\frac{\sum_{i=1}^n |a_i b_i|}{|\sum_{i=1}^n a_i b_i|}$$

Zad. 3

- $X = [-5, 0, 5]$, $y = [1, 2, 3]$

- $\text{Cond}(x, y) = \frac{|-5 \cdot 1| + |0 \cdot 2| + |5 \cdot 3|}{|-5 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 5 \cdot 3|} = 2$

$$\frac{\sum_{i=1}^n |a_i b_i|}{|\sum_{i=1}^n a_i b_i|}$$

$$\text{Zad. 4: } w(x) = 3x^4 + x^2 + 1, \quad d(x) = x + 2$$

$$\text{dla } x = -2$$

$$w_4 = 3$$

$$= 3$$

$$w_3 = 3x + 0$$

$$= -6$$

$$w_2 = (3x + 0)x + 1$$

$$= 13$$

$$w_1 = ((3x + 0)x + 1)x + 0$$

$$= -26$$

$$w_0 = (((3x + 0)x + 1)x + 0)x + 1 = 53$$

→ reszta z dzielenia

$$v(x) = 3x^3 - 6x^2 + 13x - 26$$

Zad. 5

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) \ell_i(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}.$$

Zad. 5

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) \ell_i(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}.$$

$$l_0(x) = \frac{x-2}{1-2} \cdot \frac{x-3}{1-3}, \quad l_1(x) = \frac{x-1}{2-1} \cdot \frac{x-3}{2-3}, \quad l_2(x) = \frac{x-1}{3-1} \cdot \frac{x-2}{3-2}$$

Zad. 5

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) \ell_i(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}.$$

$$l_0(x) = \frac{x-2}{1-2} \cdot \frac{x-3}{1-3}, \quad l_1(x) = \frac{x-1}{2-1} \cdot \frac{x-3}{2-3}, \quad l_2(x) = \frac{x-1}{3-1} \cdot \frac{x-2}{3-2}$$

$$L_n(x) = f(x_0)l(x_0) + f(x_1)l(x_1) + f(x_2)l(x_2) = -4x^2 + 14x - 4$$

Zad. 6

$$R(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \prod_{k=0}^n (x - x_k)$$

Zad. 6

$$R(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \prod_{k=0}^n (x - x_k)$$

$$R(x) = \frac{\left| \frac{3\sqrt{3}}{8} \cdot (9)^{-\frac{5}{2}} \right|}{3!} (x - 9)(x - 25)(x - 36), x = 30$$

Zad. 7

$f(x) =$

Zad. 7

$$f(x) = x^2 - 7$$

Zad. 7

$$f(x) = x^2 - 7$$

$$\text{np. } x_0=2, x_1=3 \rightarrow \text{bo } \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$$

Zad. 7

$$f(x) = x^2 - 7$$

$$\text{np. } x_0=2, x_1=3 \rightarrow \text{bo } \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$$

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n) \frac{(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

$$x_2 = 3 - 2 \frac{(3-2)}{2+3} = 2.6$$